4.1. Tem-se

$$E(X)=\sum_{x=0}^{n} x\binom{n}{x}p^x q^{n-x}=$$

$$=np\sum_{x=0}^{n-1}\binom{n-1}{x}p^x q^{n-1-x}=np(p+q)^{n-1}=np.$$

E analogamente

$$E(X^2)=\sum_{x=0}^{n}[x(x-1)+x]\binom{n}{x}p^x q^{n-x}=$$

$$=n(n-1)p^2\sum_{x=0}^{n-2}\binom{n-2}{x}p^x q^{n-2-x}+$$

$$+np\sum_{x=0}^{n-1}\binom{n-1}{x}p^x q^{n-1-x}=$$

$$=n(n-1)p^2+np=np[1+(n-1)p].$$

4.2. Recorrendo à função geradora (*)

$$P(s)=(q+ps)^n$$

tem-se

$$E(X)=P'(1) \qquad E(X^2)=P'(1)+P''(1).$$

Ora

$$P'(s)=np(q+ps)^{n-1}$$

$$P''(s)=n(n-1)p^2(q+ps)^{n-2}$$

de onde os resultados que se pretendiam.

(*) Veja-se (Feller, 50): *An Introduction to Probability Theory...* p. 212. Chapman & Hall. London.

5. Ainda de outro modo, servindo-nos dos indicadores X_i das sucessivas extracções

$$E(X_i)=p \quad E(X_i-p)^2=pq$$

o que dá

$$E(X)=\sum E(X_i)=np$$

$$E(X-np)^2=\sum E(X_i-p)^2=npq$$

e

$$E(X^2)=E(X-np)^2+[E(X)]^2=$$

$$=npq+n^2p^2=np[1+(n-1)p].$$

6. Também se não deve esquecer a fórmula de Romanovsky para os momentos *à média* duma bernoulliana:

$$\mu_{k+1}=pq\left(\frac{d\mu_k}{dp}+nk\mu_{k-1}\right),$$

com $\mu_0=1$ e $\mu_1=0$.

Não dispensa o conhecimento de $E(X)=np$, mas abre o caminho para o cálculo de

$$\sum_{x=0}^{n} x^k\binom{n}{x}=E(X^k)=\sum_{0}^{k}\binom{k}{i}\mu_{k-i}[E(x)]^i.$$

Ainda pelos momentos factoriais (como em **4.1**) se consegue o mesmo (**).

7. Esta nota não diminui o interesse da de Silva Lobo onde se visa claramente o meritório fim de adextrar os cultores das Matemáticas Elementares num excelente método. Possa ela mostrar um pequeno aspecto das desvantagens da partilha da Matemática em duas irmãs estranhas, de costas uma para a outra.

(**) Veja-se, por exemplo, (Kendall, 47): *The Advanced Theory of Statistics*, Vol. 1, Caps. 3 e 5.

Correccion al articulo «sobre pares de figuras convexas» (*)

por *M. A. Santaló*

El Prof. L. M. Blumenthal ha tenido la amabilidad de hacernos notar que la generalización del teorema de Helly que creiamos haber dado en el articulo citado, no es correcta, ni puede existir una generalización del mismo tipo, como prueba el siguiente interesante contra-ejemplo debido al Prof. Motzkin.

Consideremos el caso de pares de segmentos sobre una recta. Considerando los mismos como bases de rectângulos del plano, o como ejes de cilindros de revolución en cualquier espacio, se comprende que el ejemplo vale para un espacio de dimensión cualquiera.

Sean los $N+1$ pares de segmentos siguientes:

$S_1=$ intervalo $(-2,-1)+$ intervalo $(1,N)$
$S_2=$ » $(1,N-1)+$ » $(N+1-\varepsilon,N+1+\varepsilon)$
$S_3=$ » $(1,N-2)+$ » $(N,N+1)$
$S_4=$ » $(1,N-3)+$ » $(N-1,N+1)$
. . . .
$S_N=$ » $(1-\varepsilon,1+\varepsilon)+$ » $(3,N+1)$
$S_{N+1}=$ » $(2,N+1)+$ » $(N+2,N+3)$.

Es inmediato comprobar que cada N de estos pares de segmentos tienen punto común sin que sin embargo exista punto común a todos los $N+1$.

El error de la demostración que creiamos haber dado está en el Lema II, el cual es evidentemente falso.

(*) *Gazeta de Matemática*, N.º 50, pp. 7-10, 1951.