

Entrevista a Lluís Santaló

Lluís A. Santaló i Sors és un matemàtic ben conegut arreu del món pels seus treballs científics i pel seu interès en els temes d'ensenyament. Els nostres lectors tenen una petita biografia seva en el núm. 1 de L'ESCAIRE, un llarg article seu amb propostes per l'ensenyament secundari publicat en dues parts als núms. 5 i 6, i les recensions de dos dels seus llibres a la secció de bibliografia dels núms. 1 i 3.

A finals del curs passat va ser invitat a fer una conferència a Madrid dins del simposium "La matemàtica a debate" organitzat per la Subdirecció de Formació del Professorat del M.E.C. En el col·loqui que seguí a la seva conferència, tot responnent a una pregunta d'un professor que es queixava que els alumnes li arribessin mal preparats, el Professor Santaló li digué que això sempre es deia però que el calia fer és donar idees i parlar amb els professors de nivells inferiors per tal de veure com es resol el problema. Ell així ho ha fet amb molts professors de secundària a l'Argentina on treballa des de fa molts anys.

En acabar el simpòsium li vam demanar que ens contestés unes quantes preguntes per a L'ESCAIRE:

1. En la conferència varen parlar d'ensenyament obligatori, o sigui del dirigit a tot ciutadà. Quins haurien de ser els objectius d'aquest ensenyament?
Pensant en el camp de la matemàtica quins creieu que serien els objectius i/o continguts a assolir?
2. Des de la perspectiva de la investigació i pensant en el món del demà, és molt possible que veieu els continguts que es donen a l'ensenyament bàsic i secundari de forma diferent de com està actualment. Quins són al vostre criteri els continguts que caldria anar introduint i quins continguts han perdut la seva vigència, i a quins cal anar traient importància?
Podríeu opinar sobre les perspectives que veieu de camps com l'estadística, les probabilitats, l'exactitud i els errors, l'aproximació i el raonament aproximat...?
I sobre l'ús de les calculadores de butxaca i l'aprenentatge de les operacions?
3. Com us sembla que influiran els ordinadors en l'ensenyament de les matemàtiques?
3. Passant als objectius i l'organització. Quin creieu que és l'objectiu de l'ensenyament de la matemàtica, l'adquisició d'uns coneixements o el desenvolupament d'unes capacitats?
4. En particular vàreu parlar de l'intuïció. Què voleu dir amb la paraula intuïció? Com s'educa?
5. Per aconseguir els objectius desitjats, com creieu que s'hauria de programar l'ensenyament amb molt de detall o deixant més llibertat als mestres o professors, marcant tan sols uns mínims?
6. Pel que fa a la metodologia, en parlar de geometria vàreu reivindicar la importància dels problemes, els projectes d'investigació, el tractament de situacions concretes i la manipulació d'objectes. On queda aleshores l'anomenat "rigor matemàtic"?

7. Per poder portar a terme aquesta tasca calen professors, però qui els forma i com? Avui el 90% dels estudiants de les Facultats de Matemàtiques es dediquen a l'ensenyament mitjà i les Facultats diuen que elles només formen per ser "investigadors". Què en penseu? Cal ensenyar metodologia i didàctica a les Facultats de Matemàtiques? Cal donar el mateix currículum als futurs ensenyants i als futurs investigadors? En què hauria de ser igual i en què diferent?
8. Es clar que cal el reciclatge de continguts del professorat, però, com s'ha de fer? Qui se n'ha de fer càrrec?
9. També cal pensar en la investigació en l'ensenyament de les Matemàtiques. Quin lloc ha d'ocupar? On s'ha de fer? Quin tipus de relació hauria de tenir amb les Facultats de Matemàtiques?
10. De cara a la formació dels futurs mestres d'Ensenyament Bàsic. Quines haurien de ser les característiques bàsiques de llur formació pel que fa a continguts i metodologia de cara a les matemàtiques?
11. Sabem que vós vàreu conèixer personalment homes com Puig Adam, Rey Pastor, Pere Pi Calleja, etc... que han tingut molta influència en l'ensenyament de les matemàtiques avui, podríeu explicar-nos algunes anècdotes que ens els faci conèixer més de prop?
12. Finalment, és molt possible que ens hàgim deixat preguntes que són importants i que tindríeu ganes de dir-ne algunes coses que segur que seran interessants per a tots. Teniu la paraula...

Moltes Gràcies

L'ESCAIRE

Resposta al qüestionari de L'ESCAIRE

1. Hasta hace pocos años, la enseñanza obligatoria, en la mayoría de los países era hasta los 10 o 12 años de edad: era la llamada enseñanza primaria. Desde hace una o dos décadas, en muchas partes, esta enseñanza se ha prolongado hasta los 15 o 16 años. El contenido de la misma debe merecer la máxima atención por parte de las autoridades educativas. Si el estado obliga a asistir a la escuela hasta una determinada edad, debe asegurar, como contrapartida, que al terminar el ciclo el alumno se encuentra en condiciones de incorporarse a la vida laboral de la sociedad ambiente o de seguir estudiando según direcciones ya especializadas y libremente elegidas. Como actualmente la sociedad es rápidamente cambiante, también los contenidos de la enseñanza obligatoria deben ir variando al mismo compás. Por otra parte, puesto que se trata de una misma enseñanza para todos los alumnos, cualquiera que sea su vocación o actividad futura, hay que seleccionar unos contenidos que formen un denominador común útil a todos ellos. El objetivo fundamental de la enseñanza obligatoria es procurar que el alumno adquiera la formación y la información necesarias para actuar en la sociedad en que va a vivir. Es difícil establecer los contenidos que éste objetivo implica. Un método po-

dría ser asegurarse que al terminar se está en condiciones de entender los contenidos de los diarios comunes (gráficos de productos y de costos de vida, partes y mapas meteorológicos, encuestas de opinión, "rating" de la televisión, ventajas e inconvenientes de unos juegos sobre otros, etc.) y de realizar las operaciones comunes de regla de tres, porcentajes y cálculos de áreas y volúmenes. En muchas calculadoras de bolsillo aparecen las funciones seno, coseno y logaritmo, lo que es señal de que también deben estudiarse en la escuela, junto con sus aplicaciones. Se podría también preguntar a los posibles empleadores (comerciantes, gerentes de empresas, empleados públicos de nivel superior) cuales son los conocimientos de matemáticas que desean para sus empleados que no tienen preparación específica, tan solo el mínimo general. En realidad no son muchos los contenidos: es mayor la cantidad de cosas que hoy se enseñan y que podrían suprimirse. Ya se que la matemática tiene un valor formativo, pero creo que se puede formar a través de contenidos seleccionados que al mismo tiempo informen sobre cosas útiles. La enseñanza obligatoria debe educar para la vida. Si algún alumno tiene inquietudes especiales, científicas o artísticas, hay que ayudarlo en lo posible, orientándolo a base de problemas o bibliografía, pero sin generalizar esta actitud a todos los demás.

2. Un ejemplo típico de la brecha actual entre la escuela y la vida real, es que en la primera apenas se habla de probabilidades y estadística, cuando en la vida diaria estas disciplinas juegan un papel fundamental. En el siglo pasado se llamaron a las matemáticas las ciencias "exactas", como queriendo indicar que todo lo que no se pueda responder con toda la exactitud deseada, es ajeno a la matemática.

Por esto tardó tanto en introducirse el estudio de las probabilidades y de

la estadística, incluso en las facultades de ciencias. Sin embargo, continuamente se actúa en base a datos probabilísticos: probabilidad de lluvia, probabilidad de accidente o de enfermedad, probabilidad de éxito o de fracaso en cualquier gestión, juegos de azar... Por otra parte el uso de la estadística y sus gráficos de distintos tipos es usual en todos los diarios, revistas y medios de difusión. Es esencial ir sustituyendo en la enseñanza básica el pensar determinista, demasiado rígido, por el pensar probabilista, más adecuado a la realidad.

En cuanto a las calculadoras de bolsillo me parece que debe generalizarse su uso desde los primeros grados de la enseñanza. Actualmente hay la tendencia de querer pasar de golpe a las minicomputadoras o computadoras de mesa, pero tal vez primero sería necesario agotar las posibilidades de las calculadoras de bolsillo de las cuales todos los alumnos pueden disponer. Algunos dicen que las calculadoras "maquinizan" al alumno. Toda calculadora es rutina. Cuando se divide por el método habitual se procede también mecánicamente, sin pensar en el porqué las cifras se colocan de tal o cual manera para llevar a cabo la división. La acción es igualmente mecánica que cuando se aprieta un botón de una calculadora, pero este último es más fácil, más rápido y más seguro.

En cuanto al uso de los ordenadores como método de enseñanza y aprendizaje, no tengo experiencia. Me parece que lo importante es saber que existen tales ordenadores y que pueden utilizarse como bancos de datos a los que se puede acudir para cualquier información.

3. Ya dije antes que hay que procurar las dos cosas, que creo no son incompatibles: hay que formar informando e informar formando. Este es todo el secreto de un buen curriculum de matemáticas.

4. La intuición es fundamental para la adquisición de conocimientos. Tiene sus peligros, y en vista de ello, ha existido la tendencia de ir disminuyendo, bajo pretexto de lograr una mayor seguridad lógica. Esto está muy bien al nivel superior, para los matemáticos sistematizadores. Pero el aprendizaje es otra cosa. Así como el estómago digiere sin saber química, así nuestro intelecto asimila muchos conocimientos por saltos discontinuos, sin necesidad de seguir los caminos rigurosos pero pesados de la lógica. Lo que hay que hacer es ayudar a la intuición y educarla para que no se equivoque. Hacer que la matemática sea intuitiva es la labor de los maestros y profesores. Cuando un teorema llega a ser intuitivo, ya no se olvida más.

Quiero aprovechar para hacer alguna aclaración sobre el "rigor" en matemáticas. El rigor es indispensable, desde luego. Pero el mismo es función de la edad y no hay que levantar miedos antes de que aparezcan de manera natural. No hay que pensar que todos los matemáticos anteriores a Dedekind no supieran lo que era la raíz de dos. Por otra parte, hay que tener presente que la enseñanza va dirigida a niños o personas inteligentes y que por ello suplen por sí solos muchas cosas evidentes, cuya repetición sería inútil y farragosa.

Si se habla, por ejemplo, de las alturas de un triángulo, no hay que insistir en que por "alturas" pueden entenderse las rectas, o los segmentos entre el vértice y el lado opuesto, o la medida de estos segmentos. Ciertamente que hay ambigüedad, pero en cada caso en que aparezca la palabra "altura" el mismo sentido de la frase hará entender de que se trata, sin que nadie se equivoque. Si se dice que "las tres alturas concurren en un punto" es evidente que se trata de las rectas y si se habla del área del triángulo, que se trata de la medida de los segmentos. Como hay que educar para la vida, no hay que llevar la

precisión a la pedantería. Al ir a una zapatería, por ejemplo, a nadie se le ocurre pedir un par de zapatos "que sean de distinto pie, del mismo color y de la misma forma", todo lo cual se sobrentiende por el zapatero. Tampoco en las clases de matemáticas, bajo el pretexto de un rigor extremo, hay que caer en exageraciones que aparten demasiado al alumno de la vida real.

5. Posiblemente, los contenidos esenciales no sobrepasen un 40% de los programas actuales. Habría que establecer unos contenidos mínimos y el resto dejarlo en manos del profesor, quien elegirá también la metodología que estime más adecuada al curso. Solamente hay que asegurarse que durante su formación o a través de cursos de reciclaje, el profesor ha sido informado de las metodologías de mayor aplicación y de las discusiones actuales sobre las mismas, procurando que se vaya formando una opinión propia para discutirla con colegas de la misma o de distintas escuelas.
6. Desde luego, lo importante en matemáticas es resolver problemas, que no es lo mismo que hacer ejercicios. Los problemas suponen una incógnita que el alumno debe encontrar, lo que seguramente le proporcionará el placer del descubrimiento. En este Simposio se ha hablado de la "solución de problemas" como método de aprendizaje. No sé si puede ser un método exclusivo, pero desde luego si el alumno no aprende a usar la matemática para resolver problemas concretos, dudo de que le hayan servido de gran cosa sus estudios. Por otra parte, hay que acostumbrar a la solución "aproximada" de problemas, que son las más reales. Una ventaja de las calculadoras es que permiten operar con números aproximados, tal como se presentan en la realidad.

7. Las Facultades de Matemáticas deben orientar hacia la investigación. Pero esta puede ser también la investigación pedagógica. Por esto es interesante que en las Facultades de Matemáticas exista la orientación en Metodología y Didáctica de la Matemática, con sus posibilidades de investigación y doctorado. Debería hacer un ciclo común, para futuros matemáticos y profesores, y unas asignaturas diferenciadas. La orientación sobre la psicología del aprendizaje: alguna interacción con estudiantes y profesores de psicología no estaría de más, para ir aprendiendo el lenguaje respectivo. Lo importante es que la didáctica y la metodología se vea también como investigación, con bibliotecas al día de publicaciones especializadas y sus revistas de crítica bibliográfica. Hay el peligro de que las clases de pedagogía sean simplemente informativas, como historia de la didáctica y metodología, en lugar de ser activas, como ciencia en evolución, con sus problemas e interrogantes.
8. Un método de reciclaje que en la Argentina ha tenido mucho éxito, es el reciclaje a distancia. Sea la Universidad a Distancia o la Facultad de Matemáticas a través de su sección de Didáctica, podrían escribir fascículos, en forma de módulos, como cursos destinados a los maestros y profesores en actividad, realizando luego una evaluación y dar un puntaje que el ministerio debería reconocer, para estimular al profesorado.
9. Ya está contestada en la 7.
10. Para los maestros de enseñanza básica, debería ser un balance entre matemática y didáctica, lo segundo con tendencia hacia la investigación. La parte matemática podría ser algo así como la clásica "Matemática elemental desde un punto de vista superior". Recibir mucha información, aunque no se profundice en ellas y orientar sobre una bibliografía adecuada (en libros y en revistas) que debería estar en todas las bibliotecas de los centros de enseñanza básica.
11. En realidad a Puig Adam solamente lo conocí durante mi época de estudiante en Madrid, por sus exposiciones en el Seminario Matemático; es decir, lo conocí como matemático, pues en aquel tiempo no me interesaba la didáctica. La obra de Puig Adam la seguí de lejos, por sus textos y exposiciones. En cambio sí traté muy de cerca a Rey Pastor y a Pi Calleja en la Argentina y pude ver la enorme influencia de ambos para abrir horizontes y modificar estructuras. Rey Pastor en Buenos Aires, como antes lo había hecho en España, mostró la matemática viva; sus clases dejaban siempre problemas abiertos. Con programas mínimos enseñaba mucha matemática: lo importante era lo central, lo demás lo suplían los alumnos. De temperamento distinto, muy enciclopédico, Pi Calleja igualmente influyó sobre el ambiente. En las universidades argentinas en que actuó, San Juan y La Plata, muchos de los que ahora son sus dirigentes lo recuerdan con agradecimiento. Exigía mucho a los alumnos, pero se entregaba completamente a ellos para ayudarles en su aprendizaje.
- Anécdotas? Habría muchas que contar. Asistí muchas veces a las reuniones que tenían Pi Calleja y Rey Pastor cuando estaban escribiendo el monumental "Análisis Matemático" en tres volúmenes que tuvo tanto éxito. Estas reuniones no tenían desperdicio. Desembocaban siempre en acaloradas discusiones entre Pi y Rey, el primero dado su temperamento enciclopedista, quería ponerlo todo, mientras que el segundo quería seleccionar lo más importante. Por cansancio, ganaba siempre al final Pi Calleja, y sólo se llegaba a un acuerdo sobre el tamaño de la letra. Por esto la obra tiene tantos tipos de

letra, desde el normal, más bien grande, del texto, a un tipo casi ilegible en algunas notas.

Ambos fueron profesores extraordinarios y la matemática argentina, igual que la española, les debe mucho. Pi Calleja era el hermano mayor de los discípulos de Rey Pastor que gracias a su influencia fueron a la Argentina después de la Guerra civil:

Ernest Corominas, Manuel Balanzat y yo mismo. Nuestra admiración y cariño por ellos fue siempre grande. Pi Calleja, que por suerte todavía podemos visitar, fue siempre para nosotros el ejemplo de rectitud, capacidad y generosidad.

12. Res més, moltes gràcies.

Experiències Bon dia geometria!

per Claudi Alsina

El darrer estiu, la C.I.R.I.T. de la Generalitat de Catalunya organitzà arreu del Principat vint-i-vuit "Trobades amb la Ciència" on nois i noies provinents d'arreu del país es dedicaven al llarg d'una setmana a treballar una temàtica concreta, sota el guiatge d'un equip de professors.

Una d'aquestes trobades fou "Bon dia Geometria! Introducció a la Geometria espacial creativa", i a comentar-ne els plantejaments i conclusions es dedica aquest article.

1. Plantejament de la trobada

L'equip de professors format per Carme Burgués, Josep Ma. Fortuny i jo mateix vàrem plantejar-nos crear una trobada on fos possible engrescar el jovent vers l'esperit de la recerca matemàtica a base de trencar amb els esquemes clàssics de l'ensenyament i introduir noves possibilitats comunicatives com la **manipulació i creació de material, l'ús d'elements audiovisuals i l'oferta de visions interdisciplinàries**. Tot sobre una temàtica malauradament molt oblidada: la **geometria de l'espai**. Per això es prepararen uns apunts i un material per a fer tallers, unes conferències de diversos professionals i tot un plegat d'activitats complementàries.

2. Els participants

Els autèntics protagonistes de la trobada foren un grup de nois i noies de 3r curs de BUP, COU i 2n curs de 2n grau de FP que, voluntàriament, s'apuntaren a l'experiència. Aquests deixebles provenien de les quatre províncies catalanes i amb llur entusiasme i col·laboració feren possible que la trobada fos certament gratificant per a tothom.

3. El lloc.

El lloc escollit per a desenvolupar les tasques fou el pintoresc poblet garrotxí de Sant Feliu de Pallerols, on gràcies a les facilitats donades per l'Ajuntament del lloc, es disposaren d'unes màximes comoditats i mitjans.

4. Els tallers

Tots els matins de la setmana foren dedicats als tallers de Geometria espacial. En començar la jornada s'oferia una breu explicació sobre el taller del dia i a continuació durant dues hores es feien diàriament cinc experiències en equip. El matí acabava amb una posada en comú en la qual un representant de cada un dels cinc equips donava a conèixer als altres les descobertes i conclusions de la seva recerca.

Cada experiència es tirava endavant amb un material concret i fent una anàlisi geomètrica sobre el material construït, tot seguint les pautes dels apunts del curs. Els elements usats foren essencialment porespan, fang, cartolines, filferros, plàstics, gomes, canyes, papers, tubs, fustes... etc. i les accions manuals que calia fer giraren entorn de tallar, enganxar, unir, brodar, acoblar, retallar, etc. Tots els materials produïts anaren formant una exposició que el divendres assolí el seu punt culminant!

A continuació en la taula adjunta hom pot veure els títols i distribució de les vint-i-vuit experiències.