en la cual $\varphi(x)$ y $\psi(x)$ son cuasi-periódicas reales, en algunos casos particulares que se presentan en la teoría de las perturbuciones. La segunda es el contenido del cap. V, último del folleto, dedicado a las generalizaciones de las funciones cuasi-periódicas partiendo de cada uno de los tres puntos de vista considerados en los anteriores capítulos: Desde el de la extensión del concepto de la periodicidad, desde el de los teoremas de aproximación y desde el de las funciones normales, siendo este último apenas indicado por estar aún sin estudiar.

Solamente los lectores que hayan hojeado las primitivas memorias de Bohr en *Acta Mathematica,* podrán apreciar en todo su valor el progreso y perfeccionamiento de la exposición, sobre todo en los teoremas fundamentales, hasta alcanzar la simplificación que logra M. Favard en su libro, aun cuando es justo consignar también la gran contribución que a ello ha prestado H. Bohr con su último resumen titulado *Fastperiodische Funktionen* (Springer, 1932).

J. B.

L. Bieberbach: *Einleitung in die Höhere Geometrie.* «Teubners mathematische Leitfaden». Baud 39. Leipzig und Berlin, 1933.

Con esta Introducción a la Geometría superior, complementa el autor el ciclo de sus obras geométricas aparecidas en estos *Leitfaden*; geometría analítica, proyectiva y diferencial, y como todas ellas es sumamente agradable e interesante, tanto por la calidad de los conceptos tratados como por la claridad con que aparecen expuestos.

El primer capítulo está dedicado a la construcción axiomática de la geometría proyectiva, empezando por puntualizar la diferencia existente entre geometría sintética y geometría analítica. Toma como elementos fundamentales el punto, la recta y el plano con completa independencia unos de otros y prescindiendo en absoluto de lo que estos elementos puedan representar. Establece un sistema de axiomas de *enlace* y otro de *dimensión* en un orden tal, que cada uno de ellos viene a ser dual del anterior, con lo cual el principio de dualidad salta a la vista. Con mucho cuidado va estableciendo la independencia y compatibilidad de estos axiomas y, finalmente, la plenitud de los mismos después de sentar un último axioma que llama del cuerpo considerado *(Körperaxiom).*

Variando la naturaleza de los elementos fundamentales, pero sujetándolos naturalmente a los mismos axiomas, se tienen distintos *modelos* de una misma teoría; para todos ellos sus grupos invariantes son isomorfos y entre las mismas relaciones de ambos modelos se puede establecer una correspondencia biunívoca. Tal es el fundamento de los principios de correspondencia *(Übertragungsprinzip).* Por ejemplo, el de Hesse, que estudia en el capítulo II, establece la correspondencia entre las rectas del plano y los pares de puntos no orientados de otra recta. El nomograma de la ecuación de segundo grado con dos variables no es más que una aplicación de este principio.

El capítulo III está dedicado con bastante detenimiento a la geometría reglada, introduciendo las coordenadas de líneas y estudiando las principales propiedades y clasificación de los haces, congruencias y complejos de rectas.

Pasa luego a estudiar las principales correspondencias que gozan de la propiedad de conservar los círculos. En la geometría circular de Möbius cada círculo, real o imaginario, viene representado por cuatro coordenadas homogéneas (coordenadas tetracíclicas), y por lo tanto, por un punto del espacio ordinario. Si se añade una nueva coordenada (coordenadas pentacíclicas), se puede asignar al círculo una orientación y se tienen los *ciclos* de la geometría circular de Lie. Un subgrupo del grupo invariante de esta geometría de Lie es el de Laguerre, cuya geometría circular está expuesta con detalle y aplicada luego a la resolución del problema célebre de Apolonio de trazar una circunferencia tangente a otras tres.

Tras un pequeño resumen de cómo se pueden generalizar estos conceptos al pasar de los círculos a las esferas, entra en el último capítulo dedicado al concepto de la medida proyectiva y a unas nociones de geometrías no euclídeas.

Lo dicho basta para poder apreciar el interés de la obra en cuanto a contenido. En cuanto a presentación, únicamente podría objetarse la existencia de un número considerable de erratas que, aunque sin gran importancia y fácilmente subsanables, contrasta con la magnífica presentación y cuidado que en todo lo demás y como en todas sus obras ha puesto la casa Teubner.

L. A. SANTALÓ.

NOORDHOFF'S SCHOOLTAFEL: Groningen-Batavia, 1933.

El volumen de 112 páginas contiene cuatro tablas. La primera comprende los logaritmos vulgares de los números desde 1 hasta 10.000, calculados con cinco cifras decimales, terminándola con los valores de los logaritmos de 1,01; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05; 1,06, y de las fracciones intermedias entre las mismas más usuales en los cálculos de rentas. También acompaña un cuadrito con los valores y con los logaritmos de exposiciones de uso frecuente, la mayor parte de ellas dependientes de π. La segunda consta de los logaritmos de las funciones circulares seno, coseno, tangente y cotangente, en la disposición ordinaria y también con cinco cifras decimales. Al final figura un apéndice con los valores de longitudes de arcos de circunferencia. La tercera es una tabla trigonométrica *directa* para las mismas funciones que la anterior. La cuarta y última la forman media docena de páginas con los principales valores de $(1+i)^n$ y de $(1+i)^{-n}$ de manejo más frecuente en cálculos mercantiles.

J. B.

R. ESTÈVE Y H. MITAULT: Profesores agregados en los Liceos de Rollin y Toulouse, respectivamente. *Cours d'Algèbre*, tres volúmenes de 117, 150 y 170 páginas. París. Gauthier Villars, 1933.

Estos libritos, destinados a la enseñanza secundaria en Francia, contienen sucintamente los elementos del cálculo literal, nociones sobre ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales con una y dos incógnitas, ecuaciones e inecuaciones de segundo grado con una incógnita, representación gráfica de la función lineal, progresiones, logaritmos decimales e interés compuesto.

Al final de cada uno de ellos figuran numerosos ejercicios elegidos con acierto, que sirven además de ampliación al texto. Por ejemplo, se introducen sistemas sencillos de ecuaciones, no lineales, y representaciones gráficas de funciones racionales no lineales, muy útiles como preparación al estudio de la Geometría analí-