ecuación de primer orden lineal, cuya integral viene expresada por:

$$y = e^{-\int \frac{a-1}{x} dx} \left[\int e^{\int \frac{a-1}{x} dx} \frac{c\, e^{-x}}{x} dx + c' \right] = x^{1-a} \left[c \int e^{-z} x^{a-2} dx + c' \right]$$

fórmula que resuelve la cuestión, ya que la cuadratura que en ella figura se resuelve sin dificultad en funciones conocidas a causa de la hipótesis $a \geq 2$.

ALEF.

Otra solución.— Hagamos el cambio de función

$$y = x^n z$$

y veamos el valor de n que nos conviene.

Queda:

$$y' = n\, x^{n-1} z + x^n z'$$

$$y'' = n\,(n-1)\, x^{n-2} z + 2\, n\, x^{n-1} z' + x^n z''$$

y la ecuación diferencial propuesta toma la forma, después de dividir por x^{n-1}:

$$[n\,(n-1) + n\,(x+a) + x\,(a-1)]\, z + [2\, n\, x + x\,(x+a)]\, z' + x^2 z'' = 0.$$

Para que el coeficiente de z desaparezca, debe tomarse:

$$n = 1 - a,$$

con lo cual queda, después de simplificar:

$$(2 - a + x)\, z' + x\, z'' = 0.$$

De donde

$$\log z' = -\int \frac{2-a+x}{x} dx + C_1 = (a-2) \log x - x + C_1$$

$$z' = A\, x^{a-2} e^{-x}$$

y, por tanto:

$$z = A \int x^{a-2} e^{-x} dx + B.$$

Luego la solución de la ecuación diferencial propuesta, para cualquier valor de a es:

$$y = A\, x^{1-a} \int x^{a-2} e^{-x} dx + B\, x^{1-a}$$

donde A y B son las constantes de integración.

En el caso del enunciado en que a es *entero* y ≥ 2 la integral anterior puede expresarse en términos finitos. En efecto, poniendo $a - 2 = m$, se tiene:

$$\int x^{m} e^{-x} dx = -e^{-x} [x^{m} + m x^{m-1} + m(m-1) x^{m-2} + \cdots + m!]$$

y, por lo tanto:

$$y = -A e^{-x} \left[\frac{1}{x} + \frac{m}{x^2} + \frac{m(m-1)}{x^3} + \cdots + \frac{m!}{x^{m+1}} \right] + \frac{B}{x^{m+1}}.$$

L. A. SANTALÓ.

Análoga solución de D. N. CUESTA DUTARI, quien parte de la solución particular $u = x^{1-a}$ e integra la ecuación que resulta de la sustitución $y = u v$.