Revista de la
Unión Matemática Argentina
Volumen 34, 1988.

FORMULAS FUNDAMENTALES DE LA ESTEREOLOGIA USANDO SECCIONES POR VARIEDADES NO LINEALES

L. A. SANTALO

Dedicado al Profesor Mischa Cotlar, cordialmente.

SUMMARY. The classical fundamental mean-value formulae of Stereology ($V_V = A_A = L_L$, $S_V = (4/\pi)L_A = 2P_L$, $L_V = 2P_A$) as given for instance in UNDERWOOD [10] and STOYAN-KENDALL-MECKE [9], which refer to sections of a given convex body in E^3 by lines and planes, are generalized to the case of sectioning the body by curves or surfaces of arbitrary shape.

1. INTRODUCCION.

Sea X un cuerpo convexo del espacio euclidiano de tres dimensiones E^3, que llamaremos una "muestra" y sea Y un conjunto contenido en X, llamado "fase", compuesto de curvas (dimensión r=1), superficies (dimensión r=2) o volúmenes (dimensión r=3), de forma arbitraria y dispuestos también de manera arbitraria dentro de X. Supongamos que todas las componentes de Y sean de la misma dimensión, es decir, Y puede ser un conjunto de hilos o filamentos (r=1), o un conjunto de superficies o láminas (r=2) o un conjunto de partículas o cuerpos (r=3). Para distinguir los tres casos, designaremos por Y_r a cada uno de ellos.

Supongamos primero el caso de hilos Y_1. Si se corta X por un plano E dado al azar (según la ley de probabilidad usual en la teoría de Probabilidades Geométricas, ver [2] ó [6]), la sección $E \cap X$ será un dominio convexo plano cuya área representaremos por $A(E \cap X)$ y la intersección $E \cap Y_1$ será (salvo un conjunto de posiciones de E de medida nula) un conjunto discreto de puntos, cuyo número representaremos por $P(E \cap Y_1)$. Sea $L(Y_1)$ la longitud total de Y_1 y L_V la longitud media de Y_1 por unidad de volumen de X. Sea P_A el número medio de puntos de $E \cap Y_1$ (convenientemente definido) por unidad de área de $E \cap X$. La primera fórmula clásica de la estereología dice que

$$L_V = 2\ P_A. \tag{1.1}$$

Sea ahora el caso de superficies o láminas Y_2 contenidas en X, cuya área total representaremos por $A(Y_2)$ y por S_V representaremos el área media de Y_2 por unidad de volumen de X. Al cortar por un plano al azar E, la intersección $E \cap Y_2$ será un conjunto de curvas cuya longitud total representaremos por $L(E \cap Y_2)$ y la longitud por unidad de área de $E \cap X$ representaremos por L_A. La segunda fórmula estereológica fundamental es

$$S_V = (4/\pi)\ L_A. \tag{1.2}$$

Para el caso de partículas o cuerpos Y_3 de volumen total $V(Y_3)$ y cuyo volumen medio por unidad de volumen de X se representa por V_V, al cortar por un plano E, la intersección $E \cap Y_3$ es un conjunto de dominios planos cuya área total es $A(E \cap Y_3)$ y el área media por unidad de área de $E \cap X$ se representa por A_A. Vale entonces la tercera fórmula estereológica fundamental, a saber,

$$V_V = A_A. \tag{1.3}$$

Si en vez de cortar por un plano E, se corta por una recta al azar G (en el sentido de la teoría de Probabilidades Geométricas, ver [2] ó [6]), en el caso Y_2 resulta sobre el segmento $G \cap X$ un conjunto discreto de puntos $P(G \cap Y_2)$ cuyo número medio por unidad de longitud de $G \cap X$ representaremos po P_L, valiendo entonces la fórmula

$$S_V = 2\ P_L. \tag{1.4}$$

Para el caso Y_3, la intersección $G \cap Y_3$ es un conjunto de segmentos de longitud total $L(G \cap Y_3)$, cuya longitud por unidad de longitud de $G \cap X$ se representa por L_L, valiendo entonces la fórmula

$$(1.5) \qquad V_V = L_L.$$

Estas fórmulas (1.1) a (1.5) son las fundamentales de la estereología del espacio E^3, las cuales permiten estimar L_V, S_V o V_V en X, a partir de los datos análogos en las intersecciones de X con un plano E o con una recta G. La demostración puede verse en el texto clásico de UNDERWOOD [10], en COLEMAN [2] o bien, desde otro punto de vista, en STOYAN-KENDALL-MECKE [9]. Para una exacta puntualización de las ideas básicas es importante el trabajo de MILES-DAVY [4].

El objeto del presente trabajo es demostrar que las mismas fórmulas (1.1) a (1.5) valen si, en vez de cortar X por planos o rectas, se corta por superficies o curvas cualesquiera. Este hecho fue observado por UNDERWOOD [10,pág.39], pero sin dar la demostración. Aquí seguiremos los puntos de vista de MILES-DAVY [4], pero en vez de utilizar las densidades clásicas para rectas o planos, utilizaremos la densidad cinemática de la Geometría Integral, que vale para superficies o curvas cualesquiera, móviles en el espacio sin deformación. Utilizaremos las fórmulas de Geometría Integral dadas por primera vez en [5] y de manera más general en [6] y [8]. También consideraremos (n°5) el caso de pares de variedades (curvas o superficies) que cortan a X, caso considerado por HILLIARD [1], UNDERWOOD [10,p.45 y 73], para el caso de rectas y planos.

Para una excelente puesta al día de los problemas y perspectivas de la Estereología, hasta 1987, ver el artículo de L.M. CRUZ ORIVE [3].

2. LA DENSIDAD CINEMATICA. (ver [5],[6],[7]).

Para determinar la posición de un objeto indeformable (curva, superficie o cuerpo) en E^3, basta dar la posición de un sistema de ejes cartesianos ortogonales (ejes móviles), determinado por el origen P y tres versores ortogonales e_1, e_2, e_3, invariablemente unidos al objeto. La posición de este sistema de ejes está determinada por la posición del origen (de coordenadas x,y,z), la dirección del eje móvil e_3 (dada por las coordenadas θ,φ del punto que lo representa sobre la esfera unidad) y por una rotación α alrededor de e_3. Si llamamos $dP = dx \wedge dy \wedge dz$ al elemento de volumen del espacio correspondiente al punto P, $d\theta^* = \operatorname{sen}\theta \, d\theta \wedge d\varphi$ al valor del elemento de área sobre la esfera unidad en el punto correspondiente a la dirección de e_3 y $d\alpha$ la rotación alrededor de e_3, la llamada *densidad cinemática* de la Geometría Integral es igual a la forma diferencial

$$dK = dP \wedge d\theta^* \wedge d\alpha. \tag{2.1}$$

Se demuestra que esta forma es invariante por movimientos, es decir, es independiente de los ejes fijos que se toman para definir las variables $x,y,z,\theta,\varphi,\alpha$ y también de la posición del objeto móvil respecto de los ejes (P,e_1,e_2,e_3). Debido a esta invariancia, se dice que dK es la densidad cinemática *isotrópica y uniforme*. Se suele representar por IU y a veces también por IUR (isotropic, uniform, random) para indicar que la posición del objeto ligado a los ejes se puede considerar dada al azar según la ley isotrópica (independiente de la orientación) y uniforme (invariante por traslaciones).

Los casos posibles en E^3 son los siguientes:

a) *Superficie móvil* S *y curva fija* C_0. Si la superficie S es móvil con la densidad cinemática dK y su área vale $A(S)$, para el número de puntos de intersección $n(S \cap C_0)$ con una curva fija C_0 de longitud $L(C_0)$, vale la fórmula (ver [5])

$$\int n(S \cap C_0)\, dK^S = 4\pi^2 A(S)\, L(C_0) \tag{2.2}$$

donde hemos indicado por dK^S a la misma densidad cinemática (2.1) con el índice S para indicar que el objeto móvil es la superficie S.

b) *Superficie móvil* S *y superficie fija* S_0. Llamando $L(S \cap S_0)$ a la longitud de la curva de intersección de S con S_0 vale la fórmula integral (ver [5])

$$\int L(S \cap S_0)\, dK^S = 2\pi^3 A(S)\, A(S_0). \tag{2.3}$$

c) *Superficie móvil* S *y cuerpo fijo* X. Indicando por V(X) el volumen de X (no necesariamente convexo) y por $A(S \cap X)$ al área de la intersección $S \cap X$ vale (ver [5])

$$\int A(S \cap X)\, dK^S = 8\pi^2 A(S)\, V(X). \tag{2.4}$$

d) *Curva móvil* C *y superficie fija* S. Es el mismo caso a) con el movimiento inverso, de manera que el resultado es, como antes

$$\int n(C \cap S)\, dK^C = 4\pi^2 L(C)\, A(S). \tag{2.5}$$

e) *Curva móvil* C *y cuerpo fijo* X. Vale la siguiente fórmula (ver [5])

$$\int L(C \cap X)\, dK^C = 8\pi^2 L(C)\, V(X). \tag{2.6}$$

Las fórmulas (2.2) a (2.6) se pueden ver en [5] y también en [6], condensadas en la fórmula única (15.20), pág.259. En los primeros miembros, la integración se puede considerar extendida a todo el espacio $(x,y,z,\theta,\varphi,\alpha)$ puesto que los integrandos son nulos cuando las curvas, superficies o cuerpos, no tienen puntos comunes.

3. DENSIDAD CINEMATICA PONDERADA.

MILES y DAVY [4], observaron, para el caso de rectas y planos, que para las aplicaciones a la estereología era mejor utilizar las llamadas *densidades ponderadas* (W, *weighted*) en lugar de las isotrópico-uniformes IU o IUR. Para el caso de la densidad cinemática, vamos a ver que ocurre algo parecido.

Sea X un cuerpo de E^3 (muestra) que contiene en su interior el conjunto Y (fase), que puede estar constituido por hilos, superficies o cuerpos (corpúsculos) que queremos estudiar.

Consideremos el caso de una superficie S, móvil en el espacio de manera indeformable. Si ella está invariablemente unida a los ejes móviles (P,e_1,e_2,e_3) ya sabemos que si queremos una medida invariante por movimientos, debemos tomar la integral de la medida cinemática IU (2.1). Pero otra manera de dar posiciones de S al azar, puede consistir en fijar S dando (P,e_1,e_2,e_3) y, además, el punto sobre S en el que se supone situado el origen P; este punto sobre S estará determinado por el elemento de área $d\sigma$ de S. La *densidad cinemática ponderada* (weighted) se define entonces por

$$(3.1) \qquad dK_W^S = d\sigma \wedge dP \wedge d\theta^* \wedge d\alpha .$$

Observemos que, fijados $dP, d\theta^*, d\alpha$, el elemento de área $d\sigma$ puede integrarse sobre el área $A(S \cap X)$, quedando

$$(3.2) \qquad \int dK_W^S = \int A(S \cap X)\, dK^S$$

donde la integral del primer miembro está extendida a las posiciones de S en que corta a X.

En cierta manera es natural tomar, en estereología, esta densidad ponderada dK_W, puesto que si se quiere analizar la fase Y del interior de X por su comportamiento respecto de la intersección $S \cap X$, parece conveniente tomar S al azar pero de manera que las posiciones con $S \cap X$ grande resulten privilegiadas, es decir, tomar una densidad de probabilidad proporcional al área $A(S \cap X)$, como es (3.2).

Si la figura móvil es una curva C y su elemento de arco lo representamos por ds, tomando el origen P de los ejes móviles en ds, la densidad cinemática ponderada se escribe

$$(3.3) \qquad dK_W^C = ds \wedge dP \wedge d\theta^* \wedge d\alpha .$$

Suponiendo que se elige ds en el interior de X, para cada posición de (P,e_1,e_2,e_3) se puede integrar ds a la intersección $C \cap X$, resultando

$$(3.4) \qquad \int dK_W^C = \int L(C \cap X)\, dK^C .$$

Esta fórmula responde al método práctico de determinar al azar la curva C dando primero uno de sus puntos en el interior de X y luego tomar este punto como origen e integrar dK_W^C a todas las posiciones de C.

4. FORMULAS ESTEREOLOGICAS.

Veamos los distintos casos mencionados en el n°1.

a) *Estimación de longitudes mediante superficies de prueba.*

Supongamos que la fase Y_1 sea un conjunto de curvas o filamentos contenidos en X. Queremos estimar la longitud de los mismos por unidad de volumen de X o sea el cociente $L(Y_1)/V(X)$. Cortemos por una superficie de prueba S, la cual, en cada posición, cortará a Y_1 según cierto número de puntos $n(S \cap Y_1)$. Tomando la densidad ponderada dK_W^S (3.1) el valor medio o esperanza matemática de $n(S \cap Y_1)$ por unidad de área de $S \cap X$, resulta

$$(4.1) \qquad E_W\left(\frac{n(S \cap Y_1)}{A(S \cap X)}\right) = \left(\int \frac{n(S \cap Y_1)}{A(S \cap X)}\, dK_W^S\right)\left(\int dK_W^S\right)^{-1}$$

o sea, según (3.2), (2.4) y (2.2)

$$(4.2) \qquad E_W\left(\frac{n(S \cap Y_1)}{A(S \cap X)}\right) = \frac{L(Y_1)}{2V(X)}$$

que se acostumbra a escribir, simbólicamente,

$$(4.3) \qquad P_A = (1/2)\, L_V,$$

que es la misma fórmula (1.1) extendida al caso en que, en lugar de planos, se corta al azar por superficies congruentes cualesquiera S. En otras palabras: $2P_A = 2\, n(S \cap Y_1)/A(S \cap X)$ *es un estimador insesgado de* $L(Y_1)/V(X)$ = *longitud de la fase por unidad de volumen de la muestra.*

b) *Estimación de áreas mediante superficies de prueba.*

Supongamos que la fase sea ahora un conjunto de superficies (láminas) Y_2 contenidas en X, de área total $A(Y_2)$. Queremos estimar el área de Y_2 por unidad de volumen de X, o sea, $A(Y_2)/V(X) = S_V$.

Cortamos X por una superficie de prueba S, supuesta dada al azar con la densidad cinemática ponderada dK_W^S (3.1). El valor medio de la longitud de la intersección $S \cap Y_2$ por unidad de área de $S \cap X$ será

$$(4.4) \qquad E_W\left(\frac{L(S \cap Y_2)}{A(S \cap X)}\right) = \left(\int \frac{L(S \cap Y_2)}{A(S \cap X)}\, dK_W^S\right)\left(\int dK_W^S\right)^{-1}$$

o sea, según (3.2), (2.3), (2.4),

$$(4.5) \qquad E_W\left(\frac{L(S \cap Y_2)}{A(S \cap X)}\right) = \frac{\pi}{4}\,\frac{A(Y_2)}{V(X)}$$

que se suele escribir

$$(4.6) \qquad L_A = \frac{\pi}{4} S_V$$

Esta fórmula tiene la misma forma que (1.2), generalizada al caso de cortar por superficies de prueba cualesquiera, en vez de cortar por planos. Es decir *la expresión* $(4/\pi)L_A = (4/\pi)$ $L(S \cap Y_2)/A(S \cap X)$ *es un estimador insesgado de* $A(Y_2)/V(X) =$ *área de la fase por unidad de volumen de la muestra.*

c) *Estimación de volúmenes mediante superficies de prueba.*

Supongamos que la fase es ahora un conjunto de partículas o corpúsculos Y_3, contenidos en X. Queremos estimar el volumen de Y_3 por unidad de volumen de X, o sea, el valor de $V(Y_3)/V(X)$, mediante superficies de prueba S. Cortemos X por una prueba S, dada al azar según la densidad cinemática ponderada dK_W^S (3.1). La intersección $S \cap Y_3$ estará compuesta por dominios sobre S cuya área, por unidad de área de $S \cap X$, tendrá por valor medio

$$(4.7)\qquad E_W\left(\frac{A(S\cap Y_3)}{A(S\cap X)}\right)=\left(\int\frac{A(S\cap Y_3)}{A(S\cap X)}\,dK_W^S\right)\left(\int dK_W^S\right)^{-1}$$

o sea, según (3.2), (2.4),

$$(4.8)\qquad E_W\left(\frac{A(S\cap Y_3)}{A(S\cap X)}\right)=\frac{V(Y_3)}{V(X)}$$

que se puede escribir

$$(4.9)\qquad A_A=V_V$$

lo mismo que en el caso (1.3) en que las pruebas eran planos, mientras que aquí son superficies de forma cualquiera. Se puede enunciar: *la expresión* $A_A = A(S\cap Y_3)$ *por unidad de área de* $S\cap X$, *es un estimador insesgado de* V_V = *volumen de la fase* Y_3 *por unidad de volumen de la muestra* X.

d) *Estimación de áreas mediante curvas de prueba.*

Sea Y_2 un conjunto de superficies contenidas en la muestra X. Cortemos por una curva C de longitud L(C) y propongamos el problema de calcular el valor medio del número de puntos de intersección $n(C\cap Y_2)$ por unidad de longitud de la intersección $C\cap X$. Lo hacemos con la densidad cinemática ponderada (3.3). Se tiene

$$(4.10)\qquad E_W\left(\frac{n(C\cap Y_2)}{L(C\cap X)}\right)=\left(\int\frac{n(C\cap Y_2)}{L(C\cap X)}\,dK_W^C\right)\left(\int dK_W^C\right)^{-1}$$

o sea, teniendo en cuenta (3.4), (2.5) y (2.6)

$$(4.11)\qquad E_W\left(\frac{n(C\cap Y_2)}{L(C\cap X)}\right)=\frac{1}{2}\,\frac{A(Y_2)}{V(X)}$$

que se puede escribir, análogamente a (1.4)

$$(4.12)\qquad P_L=(1/2)\,S_V,$$

referida ahora al caso de cortar X por curvas congruentes cualesquiera en lugar de rectas. Se puede enunciar:

$2P_L = 2n(C \cap Y_2)/L(C \cap X)$ = *dos veces el número de puntos de intersección de la fase* Y_2 *con la prueba* C, *por unidad de arco de la intersección* $C \cap X$, *es un estimador insesgado del cociente* $A(Y_2)/V(X)$ = *área de la fase por unidad de volumen de la muestra.*

e) *Estimación de volúmenes mediante curvas de prueba.*

Sea Y_3 un conjunto de partículas o corpúsculos (fase) contenidos en la muestra X. Cortemos con una curva C al azar según la densidad cinemática ponderada dK_W^C y sea $L(C \cap Y_3)$ la longitud total de la intersección $C \cap Y_3$. Queremos estimar el cociente $V(Y_3)/V(X)$ (volumen de Y_3 por unidad de volumen de X) a partir del cociente $L(C \cap Y_3)/L(C \cap X)$ = longitud de la intersección $C \cap Y_3$ por unidad de longitud de $C \cap X$. Tenemos

$$(4.13) \qquad E_W \left(\frac{L(C \cap Y_3)}{L(C \cap X)}\right) = \left(\int \frac{L(C \cap Y_3)}{L(C \cap X)} \, dK_W^C\right) \left(\int dK_W^C\right)^{-1}$$

o sea, según (3.4) y (2.6),

$$(4.14) \qquad E_W \left(\frac{L(C \cap Y_3)}{L(C \cap X)}\right) = \frac{V(Y_3)}{V(X)}$$

que se suele escribir

$$(4.15) \qquad L_L = V_V,$$

es decir: *el cociente entre la longitud de la intersección* $C \cap Y_3$ *y la longitud del arco* $C \cap X$ *es un estimador insesgado del volumen de* Y_3 *por unidad de volumen de* X.

Hemos generalizado así (1.5) al caso de cortar la muestra X por una curva de prueba C de forma cualquiera, dada al azar según la densidad cinemática ponderada (3.3).

En todos los casos (4.3), (4.6), (4.9), (4.12) y (4.15) hemos supuesto que la superficie o curva de prueba era de cualquier forma pero indeformable. En realidad, como el resultado depende únicamente del área, si es superficie, o de la longitud, si se trata de una curva, la forma de estas pruebas no interesa, de manera que se puede suponer que se corta por pruebas de forma variable, como superficies o hilos deformables, mientras conserven el área o la longitud según el caso. El resultado está expresado siempre por las fórmulas anteriores (4.3), (4.6), (4.9), (4.12), (4.15).

5. PRUEBA CON PARES DE CURVAS Y SUPERFICIES.

En vez de cortar la muestra X por una superficie S o por una curva C, se puede cortar por un par de curva más superficie, o por dos o tres superficies distintas. El método tal vez no sea útil en la estereología práctica, pero el tratamiento teórico no ofrece dificultad.

Nos vamos a limitar, como ejemplo, al caso considerado por UNDERWOOD [10], págs.45 y 73, tomado de un trabajo de HILLIARD [1]. Estos autores se refieren al caso de cortar X por pares de rectas y planos al azar, considerando los puntos de intersección P_V por unidad de volumen que quedan interiores a la fase Y, llegando a la fórmula

(5.1) $$P_V = (1/2)\, L_V\, S_V$$

o a su equivalente

(5.2) $$P_V = 2\, P_A\, P_L.$$

Nosotros vamos a cortar por pares de curvas C y superficies S. Si la fase Y está formada por corpúsculos o cuerpos cualesquiera de volumen total V(Y), la intersección $C \cap S \cap Y$ es un conjunto discreto de puntos (salvo posiciones de C y S de medida nula) y es conocida la fórmula

(5.3) $$\int n(C \cap S \cap Y)\, dK^C\, dK^S = 32\, \pi^4\, L(C)\, A(S)\, V(Y),$$

la cual es un caso particular de la fórmula general (15.22) de [6], pág.259. Son conocidas también las fórmulas integrales

(5.4) $$\int L(C \cap Y)\, dK^C = 8\, \pi^2\, V(Y)\, L(C)$$

$$(5.5) \qquad \int A(S \cap Y)\, dK^S = 8\,\pi^2\, V(Y)\, A(S)$$

que pueden verse en [5], de las cuales se deduce

$$(5.6) \qquad E(L(C \cap Y)/V(Y)) = \frac{8\,\pi^2\, L(C)}{\int dK^C}$$

$$(5.7) \qquad E(A(S \cap Y)/V(Y)) = \frac{8\,\pi^2\, A(S)}{\int dK^S}$$

donde las integrales de los denominadores están extendidas a las posiciones de C y S en que cortan a Y.

Como C y S se suponen independientes, de (5.3) se deduce

$$(5.8) \qquad E\left(\frac{n(C \cap S \cap Y)}{V(Y)}\right) = P_V = \frac{32\,\pi^4\, L(C)\, A(S)}{\int dK^C \int dK^S}$$

puesto que $\int dK^C\, dK^S = \int dK^C \int dK^S$.

De (5.6), (5.7) y (5.8) se deduce

$$(5.9) \qquad P_V = \frac{1}{2}\, L_V\, S_V$$

que queríamos demostrar. Aplicando (1.1) y (1.4) resulta la fórmula (5.2) generalizada al caso de cortar por curvas C y superficies S.

Debemos notar que para la validez de estas fórmulas (5.9) y su equivalente (5.2) (para curvas y superficies), hemos tomado las densidades cinemáticas dK^C y dK^S, no las densidades ponderadas dK_W^C o dK_W^S. Antes del trabajo de MILES-DAVY [4] esta distinción no solía hacerse de manera explícita, lo que obscurecía la presentación de los resultados estereológicos.

BIBLIOGRAFIA

[1] HILLIARD,J.E. *Specification and Measurement of Micro-structural Anisotropy*, Trans.A I M E, 224, 1962, 1201.

[2] COLEMAN,R. *An Introduction to Mathematical Stereology*, Department of Theoretical Statistics, University Aarhus, 1979.

[3] CRUZ ORIVE,L.M. *Stereology: recent solutions to old problems and a glimpse into the future*, Acta Stereologica, Proc. Seventh International Congress for Stereology, Caen, 1987, 3-18.

[4] MILES,R.E. - DAVY,P. *Precise and general conditions for the validity of a comprehensive set of stereological fundamental formulae*, J. of Microscopy, 107, 1976, 211-226.

[5] SANTALO,L.A. *Integralgeometrie 5: Uber das kinematische Mass im Raum*, Actualités Scient. et Industrielles, n°357 Hermann, Paris, 1936.

[6] SANTALO,L.A. *Integral Geometry and Geometric Probability*, Addison-Wesley, Reading, 1976.

[7] SANTALO,L.A. *Integral Geometry*, en el libro *Studies in Global Geometry and Analysis* (S.S.Chern, editor) p.147-195, Math.Assoc.America, Washington, D.C. 1967.

[8] SANTALO,L.A. and FAVA,N. *Random Processes of Manifolds*, Zeitschr. Wahrscheinlichkeitstheorie ver Gebiete, 50, 1979, 85-96.

[9] STOYAN,D. - KENDALL,W.S. - MECKE,J. *Stochastic Geometry and its Applications*, Akademie Verlag, Berlin, D D R, 1987 (Cap.11).

[10] UNDERWOOD,E.E. *Quantitative Stereology*, Addison-Wesley, Reading, 1970.

Departamento de Matemática
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires.

Recibido en febrero de 1989.