La última teoría del "campo único" de Einstein

Luis A. Santaló

(Buenos Aires, Argentina)

§ 1. — El instrumento matemático

A principios de siglo, con la teoría de la relatividad restringida de Einstein y los trabajos posteriores de Minkowski, quedó incorporado definitivamente a la física el concepto de espacio-tiempo. Es un espacio de cuatro dimensiones, es decir, un espacio en el cual para fijar un punto hacen falta cuatro coordenadas. Los puntos de este espacio se identifican con los "sucesos" del mundo físico, de manera que tres de las coordenadas determinan el lugar y la cuarta coordenada el tiempo en que el suceso ocurre.

Para estudiar el espacio-tiempo, como cualquier espacio de la geometría, hace falta definir en él un sistema de coordenadas. Los sistemas de coordenadas posibles son infinitos y en cada caso se elige el más conveniente para el fenómeno o conjunto de fenómenos que se quiera estudiar. Las propiedades "geométricas" de un espacio o de las líneas o figuras contenidas en el mismo son aquéllas que no dependen del sistema de coordenadas, es decir, aquellas propiedades que son intrínsecas al espacio. Por ejemplo, la curva de longitud mínima que une dos puntos A y B de un espacio, llamada curva geodésica, es siempre la misma, cualquiera que sea el sistema de coordenadas que se utilice para estudiar el espacio. Las ecuaciones de las geodésicas, por tanto, deben poder ponerse en forma invariante respecto a cambios de coordenadas. Análogamente, si en el espacio se tiene un cierto campo de vectores determinado por satisfacer a ciertas ecuaciones, si se quiere que represente alguna propiedad intrínseca del espacio, dichas ecuaciones deben ser también invariantes respecto a cambios o transformaciones de coordenadas.

En la teoría de la relatividad general (1916) Einstein sentó el principio de que en cualquier teoría física basada sobre el concepto de "campo" las ecuaciones del mismo escritas en el espacio-tiempo deben ser invariantes respecto a todas las transformaciones de coordenadas. Es decir, las leyes físicas no deben depender del sistema de coordenadas elegido en el espacio-tiempo. El instrumento matemático para obtener ecuaciones que cumplan estas condiciones de invariancia es el cálculo tensorial. De aquí que este cálculo sea indispensable, tanto para la relatividad general como para las sucesivas generalizaciones de la misma que se idearon para abarcar cada vez, bajo los mismos principios, un número más grande de fenómenos. De aquí, también, que el conocimiento del cálculo tensorial sea indispensable para la comprensión de estas teorías. En particular, es difícil, si no imposible, dar una idea medianamente precisa de la última teoría del campo único de Einstein (1950) sin utilizar el formalismo matemático del cálculo tensorial que constituye su esencia misma y su estructura básica.

Debemos suponer, por tanto, conocidos los fundamentos de dicho cálculo y sus aplicaciones a la geometría de Riemann. Supondremos también conocida, por lo menos en sus principios fundamentales, la teoría general de la relatividad [1]. Una exposición general sobre el problema del campo único la hemos hecho en otro lugar [17].

§ 2. — El campo electromagnético y el campo gravitatorio

En el espacio-tiempo el *campo electromagnético* está definido por un tensor antisimétrico $F_{ij} = -F_{ji}$, llamado tensor campo electromagnético, el cual satisface a las ecuaciones de Maxwell.

$$F_{ij;k} + F_{jk;i} + F_{ki;j} = 0 \tag{2.1}$$
$$F_{ik}{}^{;k} = j_i \, .$$

En estas ecuaciones, que valen en cualquier sistema de coordenadas, el punto y coma indica derivación covariante y j_i es el vector corriente eléctrica, cuya divergencia es nula, o sea,

$$j_i{}^{;i} = 0 \, . \tag{2.2}$$

Análogamente, según la teoría de la relatividad general, el *campo gravitatorio* está definido por un tensor simétrico $g_{ij} = g_{ji}$, que satisface, en el vacío, a las ecuaciones de Einstein

$$R_{ij} = 0 \, . \tag{2.3}$$

En estas ecuaciones, el primer miembro es el llamado tensor de Ricci, también simétrico, el cual es función de g_{ij} y de sus derivadas parciales de primero y segundo orden. Su forma explícita es la (2.5).

El tensor g_{ij} define en el espacio-tiempo una métrica de Riemann $ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j$. De las ecuaciones (2.3) se puede deducir que el movimiento de una partícula, considerada como un punto singular del campo, tiene lugar según una geodésica del espacio-tiempo. Es decir, las ecuaciones del campo (2.3) contienen también la ley del movimiento en un campo gravitatorio [2]. En cambio, las ecuaciones (2.1) no contienen la ley del movimiento de una partícula cargada en un campo electromagnético (ecuación de Lorentz); en este sentido, la teoría de la gravitación de Einstein es una más pura teoría de campo que la de Maxwell del electromagnetismo.

Nos interesa recordar la forma del tensor R_{ij}. A partir de las g_{ij} se forman los símbolos de Christoffel Γ^i_{jk}, los cuales, supuestos simétricos, $\Gamma^i_{jk} = \Gamma^i_{kj}$, quedan unívocamente determinados por las ecuaciones.

$$g_{ij,k} - g_{hj}\Gamma^h_{ik} - g_{ih}\Gamma^h_{jk} = 0 \tag{2.4}$$

donde la coma indica derivada parcial ordinaria. Con estos símbolos de Christoffel, el tensor R_{ij} vale

$$R_{ij} = \Gamma^h_{ih,j} - \Gamma^h_{ij,h} + \tag{2.5}$$
$$+ \Gamma^h_{is}\Gamma^s_{jh} - \Gamma^h_{ij}\Gamma^s_{hs}$$

Recordemos también que para una región del espacio que contenga materia o energía, las ecuaciones (2.3) deben modificarse, apareciendo el tensor de energía que comprende no sólo la energía derivada de la presencia de materia, sino también el tensor de energía electromagnética. Esto es importante porque es el único puente, según la relatividad general clásica, a través del cual un campo electromagnético influye sobre un campo gravitatorio.

§ 3. El problema del campo único

Las ecuaciones (2.1) y (2.3) no guardan ninguna relación entre sí. Las primeras expresan ciertas condiciones que debe cumplir el tensor F_{ij}, el cual carece de interpretación geométrica dentro del espacio-tiempo. Las segundas, en cambio, expresan que el espacio-tiempo, supuesto riemanniano, cumple determinadas condiciones geométricas. De ellas se deduce que la estructura geométrica del espacio-tiempo determina los fenómenos gravitatorios.

Si se supone (es una hipótesis) que la estructura geométrica del espacio-tiempo debe determinar también los fenómenos electromagnéticos, debe existir una geometría especial en la cual tengan interpretación no sólo las ecuaciones (2.3), sino también las (2.1). Encontrar esta geometría constituye el problema del campo único. Naturalmente que en vez de las ecuaciones de Maxwell pueden aparecer otras ecuaciones que las sustituyan, pero siempre, dado el éxito ya obtenido por las mismas, para campos no muy fuertes deben coincidir con ellas.

Desde 1919 se han dado muchas pretendidas soluciones a este problema. Todas ellas se han ido abandonando, principalmente por el hecho de presentar a los dos campos, electromagnético y gravitatorio, si bien como partes de un mismo esquema geométrico del espacio-tiempo, con insuficiente conexión entre sí. Esta falta de conexión hacía que los dos campos siguiesen por separado cada uno con sus características propias, y las teorías, de mayor o menor interés matemático o conceptual, no añadían nada nuevo al conocimiento físico.

El mismo Einstein ha propuesto en varias ocasiones (1925, 1927, 1931, 1938, 1946, 1948) diversas soluciones. A la última de ellas, dada a conocer en 1950, parece atribuírle una importancia superior a las anteriores. Veamos en qué consiste (Ver ([1]), Apéndice II).

§ 4. La solución de Einstein de 1950

El tensor campo electromagnético F_{ij}, siendo antisimétrico, tiene 6 componentes. El tensor campo gravitatorio g_{ij}, siendo simétrico, tiene 10 componentes. Por tanto, unas ecuaciones que pretendan abarcar a los dos campos deben contener 16 funciones incógnitas.

Si se supone que el espacio-tiempo es un espacio de Riemann de cuatro dimensiones, toda su geometría queda determinada por el tensor g_{ij}, no habiendo cabida para el F_{ij}. Para introducir este último tensor hay dos caminos: a) Suponer que el espacio-tiempo, siendo riemanniano, está sumergido en un espacio de más de 4 dimensiones; b) Suponer que el espacio-tiempo no es riemanniano.

El camino a) conduce a las teorías tipo Kaluza, de las cuales hay gran abundancia. Su principal inconveniente es la necesidad de introducir una (y a veces más de una) dimensión complementaria, sin interpretación física y conceptualmente artificial.

El camino b) fué iniciado por Weyl([3]) y Eddington ([4]) y últimamente ha recibido el impulso de Schrödinger ([5]). También la solución de Einstein, la única a que nos vamos a referir, pertenece a este tipo.

La hipótesis de Einstein es: *el espacio-tiempo queda determinado por un tensor* g_{ij} *no necesariamente simétrico.*

Si g_{ij} no es simétrico, se puede descomponer en su parte simétrica y su parte antisimétrica, o sea

$$(4.1) \qquad g_{ij} = g_{(ij)} + g_{[ij]}$$

siendo

$$g_{(ij)} = \tfrac{1}{2}(g_{ij} + g_{ji})$$

$$g_{[ij]} = \tfrac{1}{2}(g_{ij} - g_{ji}).$$

Las diez componentes simétricas $g_{(ij)}$ juegan el papel del tensor gravitatorio de la relatividad general, y las seis componentes antisimétricas $g_{[ij]}$ se asimilan, de cierta manera, a las componentes del campo electromagnético.

En total son 16 componentes g_{ij} que determinan el campo único. Hay que hallar —problema fundamental— las ecuaciones del campo, o sea las ecuaciones a que deben satisfacer las 16 componentes g_{ij}.

Siguiendo los pasos de la relatividad general, para poder determinar un tensor de curvatura del cual deducir un tensor análogo al R_{ij} (2.5), necesitamos unos coeficientes de conexión Γ^i_{jk}. Si g_{ij} fuera simétrico, y por tanto el espacio tiempo riemanniano, las ecuaciones para determinar estos coeficientes serían las (2.4) que dan los símbolos de Christoffel. Por analogía, Einstein toma ahora las ecuaciones

$$(4.2)\quad g_{ij,k} - g_{hj}\Gamma^h{}_{ik} - g_{ih}\Gamma^h{}_{kj} = 0.$$

Como la conexión $\Gamma^h{}_{ij}$ puede no ser simétrica, tiene $4^3 = 64$ componentes, y el sistema (4.2) es un sistema de 64 ecuaciones lineales con estas 64 incógnitas.

El hecho de no ser simétrica la conexión $\Gamma^h{}_{ij}$ hace que junto con ella puedan considerarse las nuevas conexiones

$$(4.3)\quad L^h{}_{ij} = \Gamma^h{}_{ji}\ ,\ S^h{}_{ij} = \Gamma^h{}_{(ij)} = \tfrac{1}{2}\left(\Gamma^h{}_{ij} + \Gamma^h{}_{ji}\right)$$

y además aparezca en el espacio un nuevo tensor

$$(4.4)\quad T^h{}_{ij} = \Gamma^h{}_{[ij]} = \tfrac{1}{2}\left(\Gamma^h{}_{ij} - \Gamma^h{}_{ji}\right)$$

que es el llamado *tensor de torsión*. Por contracción del mismo resulta el tensor

$$(4.5)\qquad \Gamma_i = T^h{}_{ih}$$

que juega un papel importante en la última teoría de Einstein.

Obsérvese que las ecuaciones (4.2) no son las únicas del mismo tipo que se pueden escribir. En efecto, sustituyendo en ellas uno o los dos de los coeficientes Γ por cualquiera de los L, S de (4.3), se tendrían nuevas ecuaciones que podrían igualmente considerarse como generalización natural de (2.4). Einstein elige precisamente las (4.2) de acuerdo con el criterio *(hipótesis de hermiticidad)* de que las ecuaciones del campo deben expresarse mediante tensores hermitianos, cuya definición es la siguiente:

Un tensor H_{ij}, función de g_{pq}, $\Gamma^r{}_{st}$ se dice hermitiano respecto a los índices i,j si permutando los índices inferiores de todas las g y Γ y luego permutando también los índices i,j en la expresión resultante, se obtiene la misma componente H_{ij}.

Por ejemplo, el primer miembro de (4,2) es hermitiano, como se comprueba inmediatamente. En cambio, si en lugar de (4.2) se tomaran las ecuaciones (2.4), en el caso actual en que ni las g_{ij} ni las $\Gamma^h{}_{ij}$ se suponen simétricas, el primer miembro no resulta hermitiano.

Con la conexión $\Gamma^i{}_{hj}$, solución del sistema (4.2), se puede formar el tensor de curvatura $R^i{}_{jkl}$, según la manera clásica. En la teoría de la relatividad general, en que el espacio-tiempo es un espacio riemanniano, el tensor de curvatura permite obtener, por contracción de índices, *un solo* tensor R_{jk}: es el tensor de Ricci, con el cual se forman las ecuaciones (2.3). En el caso actual, según se contraigan los índices i,l o bien los i,j del tensor de curvatura $R^i{}_{jkl}$ se obtienen *dos* tensores diferentes. La contracción del par i,k no da ningún tensor nuevo. Einstein, por analogía con la relatividad general, postula que *las ecuaciones del campo único son las que expresan que los dos tensores contraídos deben ser nulos.*

A estas ecuaciones hay que añadir las (4.2) que definen los coeficientes de conexión $\Gamma^i{}_{jh}$.

Mediante ciertas transformaciones matemáticas se obtiene que la anulación de los dos tensores contraídos es equivalente a la anulación de los dos tensores siguientes:

$$(4.6)\quad \begin{aligned} &\Gamma_i = 0 \\ &R_{ik} \equiv \Gamma^s{}_{ik,s} - \tfrac{1}{2}\left(\Gamma^s{}_{(is),k} + \Gamma^s{}_{(ks),i}\right) + \\ &\qquad + \Gamma^s{}_{ik}\,\Gamma^t{}_{(st)} - \Gamma^s{}_{it}\,\Gamma^t{}_{sk} = 0 \end{aligned}$$

donde la coma indica, como siempre, derivación parcial ordinaria, y los paréntesis en los índices indican la "parte simétrica". El primer tensor del sistema (4.6) es el (4.5). El segundo tensor es hermitiano.

Estas ecuaciones (4.6) junto con las (4.2) son las *ecuaciones del campo único* en la última teoría de Einstein.

Las incógnitas en estas ecuaciones son las 16 componentes del tensor g_{ij}. De ellas, las 10 componentes de la parte simétrica $g_{(ij)}$ constituyen el tensor gravitatorio.

En cuanto al tensor electromagnético F_{ij}, se deduce de la parte antisimétrica $g_{[ij]}$ por las ecuaciones

$$F^{ij} = \tfrac{1}{2}\, \varepsilon^{ijkl}\, g_{[kl]} \tag{4.7}$$

donde ε^{ijkl} es el tensor definido por valer cero si alguno de los índices i,j,k,l son iguales entre sí, y valer $\pm(1/\sqrt{g})$ según la paridad de la permutación (i,j,k,l) en caso contrario; g es el determinante formado con las g_{ij}. Naturalmente que de las componentes contravariantes F^{ij} se pasa a las covariantes F_{ij} de la manera usual. Se comprueba que este tensor satisface a las ecuaciones de Maxwell (2.1) y (2.2).

Vamos a ver ahora los principales problemas que plantea la nueva teoría y algunos recientes ensayos de solución.

§ 5. Problemas matemáticos

El problema matemático fundamental de la teoría sería la solución del sistema de las ecuaciones del campo (4.2) y (4.6) para cada conjunto de condiciones iniciales o de contorno que pudieran darse.

El sistema (4.2) consta de 64 ecuaciones lineales con las 64 incógnitas Γ^i_{jk}. Su solución es un problema algebraico, evidentemente complicadísimo por el número de ecuaciones, pero que cae dentro de las posibilidades actuales del álgebra. Supuesto que se haya obtenido la solución, queda luego el sistema (4.6), de $4 + 16 = 20$ ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de segundo orden, con las 16 funciones incógnitas g_{ij}. Dada la complicación extraordinaria de estas ecuaciones, la solución exacta, aun para los casos más simples que puedan plantearse, no parece que pueda encontrarse con los recursos actuales del análisis.

Algunas soluciones particulares han sido obtenidas por diversos autores, como Bonnor y Bandyopadhyay [6, 7], pero queda todavía pendiente el problema de si el sistema será compatible para cualquier conjunto de condiciones de contorno. Es decir, dado que el sistema (4.6) tiene 16 incógnitas y 20 ecuaciones, no es evidente que sea siempre compatible, ni mucho menos que el número de sus soluciones sea el suficiente para satisfacer los requerimientos de una teoría física.

Respecto al *primer sistema algebraico* (4.2) la solución, en forma implícita, no completa, pero útil para ciertos propósitos, fué dada por Tonnelat [8] siguiendo un camino indicado por Straus [9]. La solución explícita completa, sin embargo, ha sido dada posteriormente por Hlavaty [10], en forma complicada, pero que le permite una discusión de los diferentes casos que pueden presentarse. Así, Hlavaty demuestra que la condición de ser distinto de cero el determinante de los g_{ij} no es suficiente para que el sistema (4.2) tenga solución (obsérvese que este determinante, que es de cuarto orden, no es el determinante del sistema (4.2)). Se pueden dar ciertas condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir las g_{ij} para que el sistema (4.2) tenga solución única, o bien tenga más de una solución, o bien carezca de solución. Se llega así a algunos resultados interesantes. Por ejemplo, para el espacio-tiempo de la relatividad especial

$(g_{(11)} = 1,\ g_{(22)} = -1,\ g_{(33)} = -1,\ g_{(44)} = -1,\ g_{(ij)} = 0$ si $i \neq j)$ y un

campo electromagnético en el cual los vectores eléctrico y magnético sean perpendiculares y la diferencia entre el cuadrado de sus módulos sea igual a la unidad (por ejemplo, $g_{[12]} = -g_{[21]} = 1$ y los demás $g_{[ij]} = 0$), el sistema (4.2) resulta incompatible.

Parece, por tanto, que la teoría no da todos los campos electromagnéticos posibles, a no ser que haya que modificar la *identificación* (4.7).

Respecto a la compatibilidad del sistema (4.6), una vez obtenidos los coeficientes de conexión, ha enunciado ciertos resultados el mismo Hlavaty [10], pero la publicación detallada de los mismos no ha aparecido todavía en el momento de escribir estas líneas.

Aparte de su interpretación física, desde el punto de vista puramente matemático, la teoría ofrece también particular interés. Así como la primitiva teoría general de la relatividad significó un considerable impulso para el estudio de los espacios de Riemann, la nueva teoría abre un horizonte de investigaciones para los espacios no-riemannianos definidos por un tensor no simétrico g_{ij} y una conexión ligada a él por las ecuaciones (4.2) u otras análogas, espacios que ya Eisenhart ha bautizado con el nombre de "espacios de Riemann generalizados" [11].

§ 6. Problemas físicos

Ya hemos dicho que la teoría de la relatividad general presenta la importante particularidad de que las ecuaciones del campo contienen como consecuencia las ecuaciones del movimiento de una partícula. Sería muy interesante si las ecuaciones del campo único contuvieran también las ecuaciones de una partícula cargada en un campo electromagnético, es decir, las ecuaciones de Lorentz. Sin embargo, Infeld ha probado que no ocurre así [12]. Las ecuaciones del movimiento que se obtienen en la nueva teoría son las que corresponden a un campo gravitatorio, sin que el campo electromagnético ejerza influencia alguna. Posiblemente la única manera de arreglar este inconveniente sea modificar la identificación (4.7), o bien modificar las ecuaciones del campo.

Para ver el contenido de las ecuaciones (4.2) y (4.6) desde el punto de vista físico, puesto que su integración completa no parece posible, se ha procurado hacerlo en primera y segunda aproximación. Un estudio en este sentido se encuentra en el mismo trabajo citado de Infeld [12], y de manera más completa en varias notas de Udeschini [13].

Para ver qué dan estas ecuaciones en primera aproximación, siguiendo el camino clásico utilizado ya en la relatividad general, se pone

$$g_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \tag{6.1}$$

siendo a_{ij} el tensor fundamental del espacio-tiempo de la relatividad restringida, o sea,

$$a_{11} = 1, \; a_{22} = a_{33} = a_{44} = -1, \quad a_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j \tag{6.2}$$

y b_{ij}, otro tensor cuyas componentes se suponen pequeñas de primer orden, de manera que se puedan despreciar los productos cuadráticos entre ellas. Naturalmente que esta aproximación sólo es válida para campos débiles, o sea, para regiones lejanas de las partículas, puesto que cerca de ellas los campos son fuertes y tal aproximación no se justifica. Las componentes del campo gravitatorio serán las de la parte simétrica $a_{ij} + b_{(ij)}$ y las del campo electromagnético las deducidas de (4.7) para la parte antisimétrica $b_{[ij]}$.

Con esta aproximación, el sistema (4.2) es fácilmente resoluble y entonces las ecuaciones del campo (4.6) se desdoblan en las ecuaciones del campo gravitatorio de la relatividad general y en las ecuaciones de Maxwell. Es decir, aparecen los dos campos por separado, sin conexión entre sí. La teoría no da nada nuevo.

En segunda aproximación se pone

$$g_{ij} = a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} \tag{6.3}$$

siendo a_{ij} el mismo tensor de antes y de los restantes, se suponen las b_{ij} pequeñas de primer orden y las c_{ij} pequeñas de segundo orden, de manera que al hacer los cálculos de (4.2) ó (4.6) se desprecian los términos cuadráticos en las c_{ij}, los cúbicos en las b_{ij} y los mixtos entre estos dos tensores.

Con esto, las ecuaciones del campo respecto a las b_{ij} son las mismas de antes, pero respecto a las c_{ij}, que dan la segunda aproximación, las ecuaciones contienen, entremezcladas de cierta manera un tanto complicada, tanto las componentes simétricas como las antisimétricas. Es decir, los campos aparecen mezclados, de manera que la teoría predice una influencia mutua entre los campos gravitatorio y electromagnético.

Obsérvese que si bien la relatividad general clásica predice también una influencia del campo electromagnético sobre el gravitatorio, ésta es sólo a través del tensor de energía electromagnética, mientras que aquí la influencia aparece a través de la estructura misma de las ecuaciones del campo. En el primer caso, la influencia es despreciable tanto en primera como en segunda aproximación; en la nueva teoría, en cambio, la influencia aparece ya en la segunda aproximación.

Una aproximación intermedia entre la primera y segunda de Udeschini ha sido estudiada por Schrödinger [14], el cual pone directamente

$$(6.4) \qquad g_{ij} = a_{ij} + b_{[ij]} + c_{(ij)}$$

donde el tensor antisimétrico $b_{[ij]}$ que individualiza el campo electromagnético se supone pequeño de primer orden y el tensor simétrico $c_{(ij)}$ que es el gravitatorio, se supone pequeño de segundo orden. Esta suposición equivale a poner en (6.3) $b_{(ij)} = 0$, $c_{[ij]} = 0$ y se llega a la conclusión de que un campo electromagnético débil de primer orden puede influir sobre uno gravitatorio débil de segundo orden. En cambio, un campo gravitatorio débil de primer orden no influye sobre uno electromagnético débil de segundo orden.

§ 7. Modificaciones propuestas

Mientras la nueva teoría no permita deducir conclusiones que puedan sustituir con ventaja a las deducidas de teorías anteriores, ella no puede considerarse como definitiva. De igual modo, mientras no se llegue con ella a resultados irreconciliables con la experiencia, no debe ser rechazada íntegramente. Mientras tanto, es natural que dentro de sus líneas generales se piense en posibles modificaciones que vayan añadiéndole ventajas o suprimiendo inconvenientes.

El mismo Einstein, preocupado por la posible incompatibilidad del sistema (4.2), (4.6) propone que, en tal caso, podría sustituírse por otros análogos [1]. Por ejemplo, se podría sustituir (4.6) por

$$(7.1) \quad \Gamma_i = 0, \; R_{(ij)} = 0, \; R_{[ik],l} + R_{[kl],i} + R_{[li],k} = 0$$

el cual, junto con (4.2), es seguramente compatible, puesto que se deduce de un principio variacional (cosa que no ocurre para el sistema (4.6)).

Una modificación interesante es la propuesta por B. Kursunoglu [15]. Consiste esencialmente en sustituir en el sistema (4.6) la segunda ecuación por otra del tipo

$$(7.2) \qquad R_{(ij)} = -(p^2 - \lambda)\, g_{(ij)}$$

donde p es una constante (de dimensión long^{-1}) y λ es un escalar. Esta modificación, que recuerda el modelo de las teorías del campo único iniciado por Eddington y desarrollado últimamente por Schrödinger [5], parece que ofrece ciertas ventajas. Entre ellas, que las ecuaciones del movimiento se deducen de las ecuaciones del campo. Además, las partículas no aparecen como singularidades del campo, sino como concentraciones de energía en pequeñas regiones del espacio-tiempo, lo cual tal vez permita explicar ciertos fenómenos de colisiones.

§ 8. Conclusión

Como todas las teorías nuevas, a la que acabamos de referirnos tiene sus creyentes y sus escépticos. Los primeros están alentados principalmente por la autoridad de Einstein y el éxito de sus anteriores teorías. Infeld, por ejemplo, dice: "La física moderna utiliza la mecánica cuántica para el interior del átomo. Ciertamente que no está claro cómo sus leyes pueden deducirse de la última teoría de Einstein, pero no debemos ser demasiado escépticos: la obra de Einstein siempre ha chocado temporalmente con dificultades y con el escepticismo de muchos, debido a que su genio ha ido adelantado sobre sus tiempos. Esto ha sucedido por dos veces, cuando la relatividad restringida (1905) y cuando la relatividad general (1916), y puede muy bien ser que haya sucedido de nuevo al traspasar la mitad del siglo".

Los segundos se sienten pesimistas ante las enormes dificultades matemáticas para deducir de la teoría relaciones posibles de ser sometidas al veredicto experimental. Así, von Laue comenta: "Las ecuaciones son demasiado complicadas. No se ha conseguido hasta la fecha, y hay pocas esperanzas de que se pueda nunca, aplicarlas a un problema físico. De manera que todo el edificio de la teoría puede decirse que está montado en el aire" (16, pág. 186).

Desde el punto de vista puramente matemático, la teoría ofrece un vasto campo de estudio del cual habrá de deducirse provecho, por lo menos, para un mayor conocimiento de las maneras posibles de construir una estructura geométrica de los espacios.

Bibliografía

(1) Einstein, A.: *El significado de la relatividad* (Trad. castellana de la 3ª edición). Buenos Aires, Espasa Calpe Argentina, 1951. Terradas, E., Ortiz, R.: *Relatividad*. Buenos Aires, Espasa Calpe Argentina, 1952.

(2) Infeld, L.: *Phys. Rev.*, 1938, *53*, 836; *Rev. Mod. Phys.*, 1949, *21*, 408. Einstein, A., Infeld, L., Hoffmann, B.: *Ann. Math.*, 1938, *39*, 65.

(3) Weyl, H.: *Raum, Zeit und Materiae*, 1918-1920.

(4) Eddington, A. S.: *The mathematical theory of relativity*, 2ª ed. Cambridge, 1937, cap. VII, parte II.

(5) Schrödinger, E.: *Proc. Roy. Irish Acad.*, 1948, *52*, A, 1.

(6) Bonnor, W. B.: *Proc. Roy. Soc. London*, Serie A, 1951, *218*, 353 y 1952, *210*, 427.

(7) Bandyopadhyay, G.: *Indian J. Phys.*, 1951, *25*, 257.

(8) Tonnelat, A.: *C. R. Acad. Paris*, 1950, *231*, 487.

(9) Straus, E. G.: *Rev. Mod. Phys.*, 1949, *21*, 414.

(10) Hlavaty, V.: *Proc. Acad. Sc. U.S.A.*, 1952, *38*, 243; id., 1952, 415; *Jour. Rat. Mech. and Anal.*, 1952, *1*, 539; id., 1953, *2*, 1.

(11) Eisenhart, L. P.: *Proc. Nat. Acad. Sc. U.S.A.*, 1951, *37*, 311; id., 1952, *38*, 505.

(12) Infeld, L.: *Acta Phys. Polonica*, 1951, *10*, 284.

(13) Udeschini, P.: *Rend. Accad. Lincei*, 1950, *9*, 256; id., 1951, *10*, 21; id., 1951, *10*, 121.

(14) Schrödinger, E.: *Comm. Dublin Inst. Adv. Studies*, Serie A, 1951, nº 6; 1951, nº 8.

(15) Kursunoglu, B.: *Proc. Phys. Soc.*, Section A, *65*, 81; *Phys. Rev.*, 1952, *88*, 1369.

(16) von Laue: *Die Relativitätstheorie*. 3ª ed., Braunschweig, 1953, 2.

(17) Santaló, L. A.: El problema de la unificación de los campos. *Mundo Atómico*, 1953, *4*, nº 11.

El punto de vista teleológico en ciencia es rechazado por muchos. Respecto a tal rechazo Von Bruecke expresó: "La teleología es una dama sin la cual ningún biólogo puede vivir; sin embargo, el biólogo se avergüenza de presentarse con ella en público."