OFICINA DE CIENCIAS DE LA UNESCO PARA AMERICA LATINA

LA MATEMATICA Y LA EDUCACIÓN

MONTEVIDEO - 1972

LA MATEMATICA Y LA EDUCACION

Por el Profesor Luis A. Santaló (Universidad de Buenos Aires)

La Educación es la ciencia mediante la cual cada sociedad inicia a su generación joven en los valores, técnicas y conocimientos que caracterizan su propia civilización y modo de vida, mediante el desarrollo y perfeccionamiento de las facultades intelectuales y morales del niño o del adolescente. Cada civilización, por tanto, tiene su propia educación. Una civilización con templativa, cuyos principales valores sean los puramente intelectuales, educará esencialmente para la vida interior. Una civilización guerrera, educará principalmente con miras al arte de la guerra. En las ciudades democráticas de la antigua Grecia, en que todo se decidía por votos mayoritarios, la retó rica o arte del bien decir, jugaba un papel esencial en la educación. Para todas las civilizaciones con un denominador común en cuanto a moral y escala de valores, la educación tiene unas características comunes: educar para el bien, para la verdad, para conocer y entender el universo. El problema de la educación actual es decidir cómo y con qué elementos debe llevarse a cabo pa ra formar ciudadanos aptos para moverse con agilidad y comodidad en el mundo de hoy, dominado por la técnica, rápidamente cambiante, empequeñecido en cuan to a distancias pero inmenso en cuanto a posibilidades.

La Matemática parece haber formado siempre parte de todo sistema educativo. En las civilizaciones egipcia y mesopotámica, se enseñahan los cálculos necesarios para repartir cosechas, deslindar campos, pagar impuestos y entender el movimiento de las estrellas. Era, posiblemente, una enseñanza utilitaria, en que la matemática se aprendía como una técnica, igual que las técnicas manuales. El razonamiento se dejaba de lado o, por lo menos, no era el fin esencial. Fue en Grecia donde la Matemática apareció en sus dos aspectos bien definidos: como técnica o herramienta utilitaria y como ciencia ideal para desarrollar la inteligencia y llegar al conocimiento de la verdad.

A este respecto creemos interesante reproducir algunos párrafos de la República de Platón, pues en ellos se describe, con mano maestra no descolorida por los siglos, el papel de la matemática en la educación.

Se trataba de buscar la manera de mejor formar a los hombres que bían de tener a su cargo la tarea de salvaguardar y organizar a la República "haciéndolos pasar de las tinieblas a la luz, como pasaron algunos del Hades a las moradas de los dioses (VII, 521)". Para elevar el alma hasta el conoci miento del bien hay que recurrir a una enseñanza a la que a su vez "recurren todas las artes, todas las formas de razonar, todas las ciencias y que es im prescindible aprender entre las primeras: la que enseña a conocer lo que es el uno, el dos y el tres. Me refiero, en suma, a la ciencia de los números y el cálculo, ¿o no es verdad, acaso, que ningún arte y ningún conocimiento pueden prescindir de ella? (VII,522)". "Luego sería conveniente Glaucon, pres cribir por ley esta enseñanza y al mismo tiempo convencer a quienes habrán de desempeñar las funciones más importantes en la Ciudad de que emprendan el estudio del cálculo y se dediquen a él, no de una manera superficial, hasta elevarse por la inteligencia pura a la contemplación de la naturaleza de los números, y que cultiven esta ciencia, no como los comerciantes y los traficantes con vistas a las compras y las ventas, sino para aplicarla a la guerra y facilitar al alma los medios de elevarse desde la esfera de la gene ración hasta la verdad y la esencia (VII,525)". "No has observado, además, que los que son por naturaleza calculadores tienen gran facilidad para todas o casi todas las enseñanzas, y que hasta los espíritus tardos, cuando se han educado y ejercitado en el cálculo, aunque no deriven de él minguna otra ventaja, sí obtienen, por lo menos, volverse más sutiles de lo que eran antes? (VII,526)."

Estas son las razones por las que Sócrates y Glaucon prescriben, como primera, la enseñanza de la aritmética para los ciudadanos de su Ciudad. Des pués, pasan a analizar si conviene o no tomar como segunda la enseñanza de la geometría y al respecto, Platón nos transcribe el siguiente hermoso diálo go (VII,527):

"Por tanto, si la geometría conduce el alma a contemplar la esencia, no cabe duda de que nos conviene, pero si se detiene en la generación, no nos conviene.

- Pienso lo mismo.
- Ahora bien -proseguí- no nos podrán negar a cuantos entiendan algo de geometría que la naturaleza de los objetos de esa ciencia se opone por com pleto al lenguaje empleado por quienes la practican.
 - ¿Cómo? -preguntó.
- Se expresan -dije- de manera ridícula y forzada. Como si manejaran objetos materiales e hicieran sus razonamientos con vistas a la práctica, no hablan sino de "cuadrar", "desarrollar" y "añadir" y así en todos los casos, pero, a mi juicio, esa enseñanza no tiene, en su conjunto, otro objeto que el conocimiento.
 - Sin duda alguna -dijo.
 - ¿Y no hemos de convenir en algo más?
 - ¿En qué?
- En que su objeto es el conocimiento de lo que siempre existe, y no de lo que nace y muere en el tiempo.
- Indiscutiblemente -dijo- la geometría tiene por objeto el conoci miento de lo que siempre existe.
- Por consiguiente, mi buen amigo, será una enseñanza que atraiga el al ma hacia la verdad y haga nacer ese espíritu filosófico que eleva nuestras miradas a las cosas de lo alto, en vez de volverlas, como hacemos indebida mente, a las cosas de aquí abajo.
 - Se presta singularmente a ello -dijo.
- De suerte -proseguí- que habremos de ordenar a los ciudadanos de tu Calipolis que no se aparten de la geometría, tanto más cuanto que no son pocas sus aplicaciones secundarias.
 - -¿Cuáles son? -pregunto.
- En primer lugar -respondí- aquellas de que has hablado que convienen a la guerra; después de facilitar el estudio de las otras ciencias, pues ya hemos visto que a este respecto hay una diferencia absoluta entre el que es versado en geometría y el que no lo es".

Con estas razones, Platón, por boca de Sócrates, prescribe la enseñanza de la geometría como la segunda en orden de importancia. Siguen después la geometría del espacio o de los sólidos en sí, la astronomía y la música("pues así como los ojos han sido hechos para la astronomía, los oídos lo han sido para el movimiento armónico"), reglas que prevalecieron durante mucho tiempo, prácticamente toda la edad media, formando el Quadrivium (aritmética, geometría, astronomía y música) de disciplinas matemáticas, que junto con el Trivium (gramática, retórica y dialéctica) de artes literarias, formaron los pilares de toda la educación.

Hemos transcrito con detalle estos párrafos de Platón, porque en ellos está el germen de todo lo que puede decirse respecto de la matemática y la educación.

Vemos que la geometría y por extensión toda la matemática tiene por objeto el "conocimiento". ¿El conocimiento de qué? El conocimiento del mundo que nos rodea, el conocimiento del universo, el conocimiento del ambiente en que debemos vivir. En este sentido amplio, la matemática debe ayudar incluso a conocernos a nosotros mismos, que formamos parte del universo, a nuestro intelecto y al de nuestros semejantes. Lamentablemente Sócrates señala una limitación que perjudicó mucho a la matemática durante veinte siglos. En efecto, Sócrates puntualiza: la matemática tiene por objeto el conocimiento de lo que siempre existe. Vale decir, el conocimiento de los objetos inanimados, como los astros. Queda excluido, y este fue un error grave de Sócrates y de toda la matemática griega, el conocimiento "de lo que nace y muere con el tiem po" como los seres vivientes, en particular el hombre. Esta idea limitativa, que excluye del tratamiento matemático a la biología y a todas las ciencias del hombre, prevaleció prácticamente hasta la primera mitad del siglo actual.

También Galileo, siglos más tarde, toma partido por la matemática como ciencia necesaria para conocer el mundo. "El libro de la naturaleza - dice - está escrito en el lenguaje matemático, cuyos caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales no es posible entender una palabra y se andará siempre como en un oscuro laberinto".

Si en vez de triángulos, círculos y figuras geométricas ponemos tensores, grupos y autovalores, la misma frase de Galileo podría ser suscrita por los físicos de hoy. Esta necesidad de la matemática para conocer el mundo fí sico recibió plena confirmación con el descubrimiento del cálculo infinitesi mal por Newton y Leibnitz en los siglos XVII y XVIII. Anteriormente se estudiaban los objetos en sí mismos, por su forma y las relaciones entre sus medidas. No se trataba el movimiento: era una matemática estática. El cálculo infinitesimal permitió estudiar el movimiento, se aclaró el de los planetas y se tuvieron elementos para estudiar todos los fenómenos de la física que el movimiento o la transmisión juegan un papel esencial (transmisión de calor, de la electricidad, de la luz). Toda la física hizo uso de la matemática y los resultados fueron extraordinarios. Los fenómenos se pudieron predecir con toda la exactitud deseada, tanto en dimensión (cualquier fracción de milímetro) como en tiempo (cualquier fracción de segundo). La matemática conservó su cualidad de "exacta" y las ciencias susceptibles del tratamiento matemático se denominaron "ciencias exactas".

Quedaron aparte las ciencias naturales y las ciencias del hombre:

matemática, en el sentido clásico, no era aplicable para sus problemas. ¿Qué pasó con la educación: Si la matemática sólo era aplicable a las ciencias exactas, había que hacer resaltar justamente ese carácter de exactitud de la matemática y para ello se enseñaron cuentas engorrosas, como ser los logaritmos con siete u ocho cifras decimales, sin parar atención a que en todas las aplicaciones no demasiado especializadas, bastan con dos o tres decimales. Por otra parte, puesto que había que dar fórmulas "exactas" para las áreas y volúmenes, se limitó la enseñanza al caso de figuras o cuerpos muy regulares, dejando de lado los de forma irregular, que son los más frecuentes en la práctica. A fuerza de querer ser exacta, la matemática restringió su campo de aplicaciones y en vez de utilizarla para conocer el mundo tal cual es, se prefirió tomar un mundo de objetos ideales, muy perfectos, para los cuales la matemática se adaptaba con exacta precisión.

Hemos visto como Sócrates insistía en señalar, tanto para la aritmética como para la geometría, sus aplicaciones a la guerra.

La tradición se ha mantenido hasta el presente. La última Guerra Mundial fue ganada por la bomba atómica, que nunca hubiera podido ser construida sin precisos y delicados cálculos matemáticos. De aquí que para las socie dades que han querido educar para la guerra, la enseñanza de la matemática ha sido siempre fundamental y en cuanto la han descuidado, han perecido. Podría decirse que esta particularidad de la matemática de ser indispensable la guerra debería silenciarse, pensando que podría inducir al error de tomar las cosas a la inversa y creer que, suprimiendo la matemática, se terminaría con las guerras. No se trata de esto, la matemática no origina conflictos, su reino es puramente intelectual y pacífico por excelencia, pero no está de más hacer resaltar que un pueblo de matemáticos se defenderá siempre méjor cualquier eventualidad que un pueblo ignorante de esa ciencia, sea una gue rra con otros pueblos, sean calamidades naturales como los terremotos, inundaciones o epidemias. Construcciones antisísmicas, diques y vacunas tienen siempre en su base cierta educación del pensamiento y el raciocinio con base matemática. Lo mismo en las crisis económicas: un pueblo educado matemáticamente difícilmente llegará a ellas, pero en caso de llegar, seguramente saldrá más airoso que un pueblo que todo lo confíe a la intuición o a la acción providencial de un líder.

A principios de este siglo, con los progresos de la estadística y la teoría de las probabilidades, la matemática empezó a salir de sus cauces tradicionales y se iniciaron sus aplicaciones a las ciencias del hombre: economía, sociología, psicología. También la biología, sobre todo en la genética, necesitó y usó con provecho la matemática.

Es importante señalar, sin embargo, que la matemática útil para esas disciplinas no es la matemática exacta de la física. Utiliza, pues de otro modo ya no sería matemática, el razonamiento correcto y el lenguaje preciso, pero no pretende llegar a conclusiones exactas. Se limita, en general, a lle gar a afirmaciones correctas "con cierta probabilidad" y a dar alineamientos generales sobre el "comportamiento global" de ciertos datos, o a predecir si ciertas cantidades serán mayores o menores que ciertos límites. En vez de igualdades, trabaja muchas veces tan sólo con desigualdades. En vez de referirse a un hecho concreto, se refiere a un conjunto de hechos y llega a conclusiones sobre lo que ocurrirá a la mayoría de ellos. Si lanzamos un dado

bien construido mil veces, podemos decir que es "seguro" que no saldrá siempre el número tres, si bien la palabra "seguridad" tiene aquí un sentido diferente al tradicional en matemáticas. Estamos "seguros" de ello y adaptaremos nuestras normas de vida a esta completa seguridad, aunque podría ocurrir lo contrario, pero la probabilidad de que ello suceda es tan pequeña, que es correcto actuar "como si" el hecho fuera completamente seguro. Este simple $\underline{\mathbf{e}}$ jemplo muestra el camino por donde la matemática ha entrado en el dominio de las ciencias del hombre. Pierde en exactitud pero gana en el número de situ<u>a</u> ciones en que es aplicable. Pasado un cierto límite, la exactitud no sirve para nada. Puede ser interesante saber la hora de llegada de un avión en horas y minutos exactos, pero no serviría de nada, aunque se pudiera calcular, saber el momento de la llegada con precisión de un décimo de segundo. Análogamente, interesa mucho saber la opinión de la mayoría de los habitantes de un país y por esto se realizan elecciones y, para predecir los resultados, sondeos de opinión, pero interesa muy poco la opinión particular de un deter minado individuo.

Esta matemática, menos precisa y menos referida a casos concretos, pero mucho más útil que la tradicional para tratar las ciencias no exactas, es uno de los aspectos de la llamada matemática moderna. Siendo más útil, es na tural que deba ser incluida en la educación. De aquí el cambio por el que se ha estado luchando en los últimos veinte años: sustituir o transformar la ma temática clásica, rígida y para un mundo ideal, por la matemática moderna, más flexible y para el mundo real. La rigidez versus flexibilidad se refiere naturalmente al aspecto calculatorio y utilitario. En cuanto a razonamiento lógico, toda la matemática es igualmente rígida. No hay demostraciones aproximadas: o son valederas o son falsas. Pero, en cambio, sí hay resultados aproximados. Si logramos predecír: la temperatura de pasado mañana a las diez horas estará comprendida entre 12° y 16° centígrados, habremos dicho mu cho, aun sin dar el valor exacto. Si en economía se puede llegar a predecir "con tal medida de gobierno la desocupación aumentará" ya se tiene un da to de gran valor, aun sin saber el número exacto de personas que quedarán sin empleo.

Lo curioso que toda esta nueva matemática que aspira a ser útil en muchas más ramas del saber que la matemática clásica, aún llegando a resulta dos poco precisos, limita en cambio con gran precisión los márgenes del error, es decir, la precisión escapa en el resultado, pero se fija en sus límites de variabilidad. Por esto debe ser una matemática tan bien o mejor fun damentada que la clásica y de aquí el uso, y a veces el abuso, en su enseñan za de los principios fundamentales de la lógica. Razonar con datos y resulta dos imprecisos exige una precisión a veces mayor que el razonar con datos rígidamente exactos.

Nuestra sociedad actual, se dice, es una sociedad de consumo. Quiere de cir que la propaganda, la distribución comercial y la fabricación industrial en gran escala tienden a unificarlo todo. Hay que consumir lo que se produce y como los productores, tanto de alimentos, como de utensilios o de espec - táculos o entretenimientos son cada vez menos y más poderosos, queda poco para elegir. Los mismos alimentos, las mismas bebidas, los mismos vestidos, los mismos espectáculos, las mismas excursiones turísticas. Queda poco mar - gen de variación para el gusto personal. Es difícil salir de la "línea general", tanto en los países socialistas, para los cuales es dogma, como para

los capitalistas, que parecen preconizar lo contrario.

Seamos o no partidarios de ello, el hecho es que el mundo es así y hay que educar a los niños y adolescentes para vivir en este mundo. En otras épo cas, las mujeres debían ser un mínimo de modistas y cocineras, y por tanto en la escuela había que enseñar a coser y a cocinar. Ahora, los vestidos se compran lechos y la cocina es a base de platos envasados, cuya preparación co nocen tan bien las mujeres como los hombres.

En otros tiempos se enseñaba en la escuela la "virtud del ahorro" y cada alumno tenía su alcancía y se hacían problemas acerca de cuánto dinero tendría depositando semanalmente en la alcancía una cierta cantidad, o vice versa, calcular lo que tendría que depositar semanalmente para llegar a te ner el dinero suficiente para comprarse una bicicleta. Actualmente el ahorro no tiene sentido: con la inflación usual en la mayoría de los pueblos, nunca llegará a la bicicleta, y el problema, clásicamente correcto, está fuera de lugar en el mundo de hoy. En vez de ahorro hay que educar en la necesidad del seguro o de pertenecer a obras sociales y a valorar el saber y la habilidad personal, que es lo único que no pierde valor.

Los problemas de la vida común son distintos a los problemas de otros tiempos e igualmente debe ser diferente la educación. Podrfamos decir que el comportamiento colectivo y las variaciones con el tiempo de los fenómenostie nen más interés que el comportamiento individual o la situación de un determinado instante. Interesa, por ejemplo, saber cómo envejece con el tiempo una heladera o un automóvil, para calcular cúal es el instante más conveniente para cambiar estos elementos por otros nuevos. Interesa saber la vida me-Jia o el consumo medio de cigarrillos o de proteinas de los habitantes de una región, más que los datos particulares de cada habitante al respecto. De aquí que haya que educar, desde el punto de vista matemático, en el uso cablas de números y en el manejo de gráficos de las mismas. Hay que educar a la intuición para que vea el conjunto por encima del individuo. Nace así la idea de "runción" que preside toda la matemática. Por ejemplo, al dar el área de' círcu's, no importa tanto su valor como el observar la manera como varía con el radio, viendo que es una función de segundo grado y por tanto que tie ne por gráfica una parábola. Son cosas casi equivalentes, pero la "ley de va riación" o sea la "función" del radio que da el área debe merecer más aten ción que la fórmula estática que la representa para cada valor del radio. Comparando con la "función", que da la longitud de la circunferencia, gráfica es una recta, se llega al concepto más hondo de dimensión, que será útil para comprender muchos otros aspectos posteriores de la matemática.

Mediante el cálculo "se eleva la inteligencia pura a la contemplación de la naturaleza" y mediante la geometría "se atrae el alma hacia la verdad y nace el espíritu filosófico que eleva nuestras miradas". Frases de Sócrates que en el fondo quieren decir que a través de la matemática, o mejor, cuando se tiene educación matemática, las cosas se ven desde un punto de vista más elevado, que permite contemplarlas en su totalidad y mucho mejor que desde el llano, desde el cual solamente se ve la cara o la faceta de las cosas que está vuelta hacia el observador.

Podríamos decir que la matemática permite ver las cosas en una segunda aproximación y, con ello, dar a los problemas soluciones no evidentes ni triviales.

Este es un punto sobre el que queremos llamar la atención. Muchos problemas tienen lo que se llama en matemáticas una solución "trivial", vale de cir, una solución evidente que salta a la vista sin necesidad de esfuerzo ni de tratamiento matemático. A veces, sin embargo, esta solución trivial no es única y uno de los propósitos de la matemática es precisamente el enseñar a descubrir las soluciones no triviales, que suelen ser las más interesantes y útiles, pero que escapan a primera vista y aun a ulteriores miradas de quienes no tienen la necesaria instrucción matemática. Veamos algunos ejemplos.

Supongamos el problema elemental y puramente matemático de buscar un número que multiplicado por su tercera parte nos dé el número de partida. La solución trivial es el número cero. La solución no trivial, si bien en este caso también muy simple de hallar, es el número tres.

Un poco menos simple es el clásico problema siguiente. Se dispone de una balanza de platillos (sin pesas) y de nueve monedas, de las cuales se sa be que hay una de peso diferente de las demás. Se desea saber cuál es la moneda defectuosa y si pesa más o menos que las ocho restantes. Enunciado de esta manera el problema es inmediato: salta a la vista la solución trivial de ir tomando cada par de monedas y comparar su peso en la balanza, hasta dar con la defectuosa. El matemático pregunta algo más: ¿cómo se podrá averiguar lo mismo con un mínimo de pesadas? La solución ya no es ahora trivial. Hace falta cierto razonamiento matemático para probar que con tres pesadas (y no menos de tres) se podrá averiguar cuál es la moneda cuyo peso es diferente al de las demás y si su peso es mayor o menor que el de ellas. Se tiene así un ejemplo típico de como la matemática puede ahorrar operaciones, que en otra clase de problemas puede traducirse en un ahorro de tiempo o de camino a recorrer o de materia prima a gastar en una determinada obra.

Desgraciadamente las soluciones triviales son las primeras que ve el gran público y, para halagarlo, son aquéllas de que más uso hace la propagan da, comercial o política, con el natural perjuicio de muchos gastos no necesarios y poco éxito. La historia presenta muchos ejemplos en este sentido. Cuando se hablaba, antes de 1940, de disminuir la mortalidad infantil, salían siempre los partidarios de la solución trivial de construir grandes hospitales o guarderías, educar a legiones de enfermeras, separar a los hijos de las madres para atenderlos mejor, etc. La solución no trivial vino con la penicilina y otros antibióticos: solución más barata, más simple y mucho más eficaz. No es que la primera solución deba abandonarse del todo, pues al fin y al cabo, algo tiene de solución, pero es mucho menos interesante que la otra, a pesar de ser la primera que se le ocurre a todo el mundo, sín necesidad de ser un lince.

Cuando durante el siglo XIX se hablaba de la injusticia de que los grandes conciertos o espectáculos de alta categoría sólo fueran asequibles al reducido número de familias con medios económicos para poder asistir a los lu josos teatros destinados a ello, salía siempre la solución trivial de construir muchos teatros, edificar grupos de viviendas cada uno con su teatro especial, contratación por el Estado de cuadros móviles de artistas que fueran por los pequeños pueblos mostrando su arte. Era la solución trivial, la primera que se ocurre a todo el mundo y con la que embisten furiosamente los que no ven más allá de una primera solución, casi siempre impracticable. La solución de segundo grado fue el invento de la radio y después de la televisión, que consiguió mucho más, con infinito menos esfuerzo.

Cuando Mueller descubrió el DDT al que siguieron los demás insectici - das, se tuvo la solución no trivial al problema secular de la malaria y de los parásitos caseros. Sin grandes y nuevas construcciones, sin ejércitos de hombres y mujeres dedicados a limpiar diariamente las habitaciones, sótanos y depósitos de los edificios (solución trivial), se consiguió que, en cuanto a parásitos, la más modesta de las viviendas actuales, esté más limpia que los palacios de los reyes hasta la mitad del presente siglo.

La matemática, aunque muchas veces no interviene directamente en el descubrimiento de soluciones no triviales, por tratarse de problemas ajenos a su influencia directa, sirve por lo menos para mostrar que estas soluciones pueden existir y una buena educación matemática hará desconfiar de las soluciones triviales que se oyen todos los días. ¿Hay que mejorar el nivel de vida? Enseguida salen los clamores triviales: aumento de salarios, sin pensar que ello puede ocasionar un aumento aún superior en los precios, descartando las posibles soluciones no triviales, como pueden ser una mayor racionalización en la producción o el mejoramiento de la maquinaria en las plantas industriales.

Los ejemplos podrían multiplicarse. Cuando el público protesta por tener que hacer una larga cola para comprar una estampilla en una oficina de correos o para pagar un impuesto en un banco, se le contesta que la única so lución para evitarlo sería abrir más y más ventanillas, para lo cual serían necesarios más y más empleados. Es la solución trivial. Pero la matemática, a través de la teoría de colas y de la investigación operativa, enseña que muchas veces basta una mejor distribución de horario y una diferenciación entre los objetivos de cada ventanilla para disminuir las colas, sin necesidad de aumentar el número de ventanillas ni el de empleados destinados a atender las. Es la solución no trivial la que enseña la matemática.

La educación matemática, tanto como enseñar a calcular, enseña a descubrir o a trabajar para descubrir, estas soluciones no evidentes. Por falta de educación matemática, todavía la sociedad lucha y embiste sin freno para conquistar soluciones triviales, que la mayoría de las veces no resuelven na da o muy poco. Muchos han muerto luchando para implantar soluciones trivia — les, tomadas como bandera ideológica. Muchos, en cambio, viven todavía gracias a los antibióticos y a los marcapasos que han sido las soluciones no triviales a grandes problemas.

Aunque sea en pequeña escala, ya es mucho si la matemática educa, ante los grandes problemas, a levantar la vista hacia los laboratorios de investigación de donde salen las soluciones no triviales, en vez de mirar hacia abajo, prestando oídos a discursos y proclamas de quienes no ven de los problemas más que su primera aproximación y prometen soluciones a base de costosas mediocres y en general ineficaces soluciones triviales.