noción de curva, ha sido la labor posterior, a la que rápidamente acabamos de exponer y en ella ha jugado el principal papel la nueva teoría de la dimensionalidad creada casi simultáneamente por Menger y Urysohn, el malogrado matemático ruso, durante los años 1923 y 1924. Y ello es precisamente el objeto del segundo capítulo. En el tercero se estudian con detalle el orden de ramificación de los puntos de una curva y las partes irracionales de ellas; en el cuarto se trata la suma de curvas y en especial de las racionales y regulares (conceptos debidos a Menger, como muchos otros que no puntualizaremos; baste señalar que de pocas obras se puede decir que son originales en la medida de ésta). Las propiedades referentes a la descomposición, separación y deformación de las curvas, son desarrolladas en el quinto capítulo. El teorema fundamental sobre el orden de las curvas, la conexión local, las curvas regulares, las curvas racionales, las *Baumkurven*, son objeto respectivo de los capítulos sexto al décimo inclusive. El capítulo once está dedicado a los continuos cíclicos y a las propiedades cíclicas de las curvas generales, propiedades íntimamente relacionadas con la admisión de puntos fijos por las transformaciones continuas o bicontinuas de dichas curvas, y, finalmente, el último capítulo está reservado al estudio y construcción de las curvas universales, es decir, modelos universales que contienen las imágenes topológicas de cualquier curva.

La obra está llena además de ejemplos numerosos y cuidadosamente elegidos, que ayudarán al lector en el estudio de las cuestiones reseñadas, sobre todo creando en él valiosas sugestiones utilizables para una labor personal en el campo de la teoría de las curvas.

Para esto último, además, termina el libro con una exposición precisa de los más importantes problemas que en el estado actual de la teoría interesa atacar, exposición complementada por los numerosos y bien relacionados datos bibliográficos que el final de cada capítulo contiene, citados del modo más ejemplar, es decir, a la vez que se da un breve resumen histórico-crítico de la o las cuestiones tratadas en el correspondiente capítulo.

No será inoportuno señalar junto a la calidad técnica de la obra, la excelente calidad literaria de la misma, lo que la hace interesantísima desde doble punto de vista; precisamente este cuidado literario en la construcción del libro es muy poco frecuente en obras técnicas.

Para terminar digamos que este tomo forma parte de una colección de la cual el primer volumen está próximo a aparecer y que por su título e índice de materias no desmerecerá del anterior; es una colección en la cual piensa el Prof. Menger desarrollar la Geometría general desde el fecundo y profundo punto de vista de la teoría de conjuntos.

T. R. BACHILLER.

H. LIEBMANN: *Synthetische Geometrie.* Teubners Mathematische Leitfaden. Band 40. Leipzig und. Berlin, 1934.

Teniendo en cuenta el carácter semianalítico en que está expuesta la Geometría proyectiva, tomo 30 de esta colección, de la cual se dió ya cuenta en esta sección, se comprende que hiciera falta un tomo de geometría puramente sintética. Este vacío es lo que viene a llenar esta obra del Prof. Liebmann.

Sin ser un tratado didáctico completo de geometría sintética, comprende una crítica de los principios y una exposición de muchos teoremas, todos excelentemente escogidos y expuestos, lo que hace sumamente agradable a la vez que interesante su lectura.

En el cap. I expone los axiomas en que se basa y los teoremas fundamentales de la geometría sintética. Antes de la definición de proyectividad viene la de *cónica* como lugar de puntos, que con otros cinco de su plano, forman un exágono de Pascal.

El cap. II trata de las propiedades de los cuadriláteros completos y de las construcciones lineales sobre proyectividades que con ellas son posibles. En el cap. III se detallan las propiedades a que da lugar la polaridad en las cónicas y la definición de las mismas como envolventes. El cap. IV está dedicado al estudio de los pares y haces de cónicas, sentando como *axioma de continuidad* el que dos cónicas que se cortan en un punto tienen, por lo menos, otro punto común. Brevemente hace notar la importancia de este axioma exponiendo algunos resultados a que se llega con la geometría racional (sólo puntos de coordenadas racionales). Siguen, finalmente, los capítulos V y VI, dedicados el primero a las colineaciones planas, y el segundo a unas indicaciones sobre la construcción de la geometría sintética en el espacio y a algunos teoremas sobre cuádricas alabeadas.

Suponemos bastará este rápido resumen para dar un concepto global de la obra, cuya lectura, sea dicho de paso, no ofrece dificultad ninguna.

L. A. SANTALÓ.

LINDELÖF ULLRICH: ***Einführung in die Höhere Analysis*** (zum selbststudium und für studierende der ersten Semester). Un volumen de 526 páginas. Edición de B. G. Teubner. Leipzig-Berlín. 1934.

Egon Ullrich, *Privatdozent* de la Universidad de Marburgo, se ha encargado de redactar, en alemán, las lecciones explicadas durante bastantes años en el primer curso de estudios matemáticos de la Universidad de Helsinfor por el veterano profesor de la misma Ernesto Lindelöf. El libro viene a ser una tercera edición (alemana) de dicho curso, puesto que en 1912 se hicieron ya dos, una en sueco y otra en finlandés, y en 1926 una segunda en este último idioma.

La finalidad perseguida expresa bien claramente que la discontinuidad en los grados de la enseñanza es, ciertamente, universal. Dice Ullrich en el prólogo: «Der Ruf nach den Brücken zwischen Schule und Hochschule tönt seit Jahren und heute lauter denn je».

La obra viene a constituir un tratado general de análisis algebraico é infinitesimal. Hubiera podido titularse *Introducción al análisis clásico* en el acertado sentido que a esta locución ha dado Mauricio Fréchet en el prefacio del cuaderno 144 de *Actualités sc. et industr. (L'Arith. de l'infini)*, como lo justifican los epígrafes de sus nueve capítulos y de sus tres apéndices: I. Las funciones elementales. II. Cálculo con números aproximados. III. Fracciones continuas. IV. Límites. V. Derivadas. VI. Longitudes, áreas y volúmenes. VII. Integrales y sus aplicaciones. VIII. Números reales. IX. Números complejos. Apéndice I. Elementos de la teoría de las ecuaciones lineales y de los determinantes. Apéndice II. Aplicación de los determinantes al cálculo del área de polígonos. Apéndice III. Aplicación de los determinantes al cálculo de volúmenes de poliedros.